



UNIVERSITÉ DE  
SHERBROOKE

Faculté de génie

Département de génie civil

SIMULATION DE LA FORMABILITÉ DES ALLIAGES D'ALUMINIUM  
AA5754 ET AA6063

Thèse de doctorat ès sciences appliquées

Spécialité : génie civil

Jury:

M. Gérard Ballivy	Président
M. Kenneth W. Neale	Directeur de thèse
M. Radhouane Masmoudi	Rapporteur-Examineur interne
M. Daniel Green	Examineur externe
M. Kaan A. Inal	Examineur externe
M. Abdelaziz Hihi	Examineur externe

---

Samira ELJAAFARI

Sherbrooke (Québec), Canada

Juin 2008

TV-1870



Library and  
Archives Canada

Bibliothèque et  
Archives Canada

Published Heritage  
Branch

Direction du  
Patrimoine de l'édition

395 Wellington Street  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

395, rue Wellington  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

*Your file    Votre référence*

*ISBN: 978-0-494-42672-2*

*Our file    Notre référence*

*ISBN: 978-0-494-42672-2*

#### NOTICE:

The author has granted a non-exclusive license allowing Library and Archives Canada to reproduce, publish, archive, preserve, conserve, communicate to the public by telecommunication or on the Internet, loan, distribute and sell theses worldwide, for commercial or non-commercial purposes, in microform, paper, electronic and/or any other formats.

The author retains copyright ownership and moral rights in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

#### AVIS:

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque et Archives Canada de reproduire, publier, archiver, sauvegarder, conserver, transmettre au public par télécommunication ou par l'Internet, prêter, distribuer et vendre des thèses partout dans le monde, à des fins commerciales ou autres, sur support microforme, papier, électronique et/ou autres formats.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur et des droits moraux qui protègent cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

---

In compliance with the Canadian Privacy Act some supporting forms may have been removed from this thesis.

Conformément à la loi canadienne sur la protection de la vie privée, quelques formulaires secondaires ont été enlevés de cette thèse.

While these forms may be included in the document page count, their removal does not represent any loss of content from the thesis.

Bien que ces formulaires aient inclus dans la pagination, il n'y aura aucun contenu manquant.

## RÉSUMÉ

Les besoins de réduction du poids se sont concrètement traduits par l'introduction de nouvelles nuances plus légères dans les structures automobiles. Ainsi, des alliages d'aluminium ont commencé à être intégrés dans les pièces de structure de plusieurs véhicules. La faible masse volumique des alliages d'aluminium ( $2,7\text{g/cm}^3$ ) permet d'alléger le poids du véhicule qui entraîne une diminution de la consommation de carburant et, donc, des émissions de gaz à effet de serre.

La striction et la rupture sont les principaux modes de défaillance qui entraînent le rebut systématique des pièces. C'est pourquoi, améliorer la prédiction d'apparition de ces défauts lors de la simulation va dans le sens d'une meilleure maîtrise du procédé.

Dans le cadre de ce travail doctoral, deux modèles sont développés pour simuler le comportement à grandes déformations d'alliages d'aluminium : un modèle polycristallin de type Taylor et un modèle à un ou plusieurs éléments finis par grain.

Les diagrammes limites de formage (DLF) pour les deux alliages d'aluminium AA5754 et AA6063 ont été simulés numériquement en utilisant une formulation par éléments finis pour les polycristaux basée sur l'hypothèse de Taylor. Les DLF conventionnels et de l'hydroformage ont été tracés. L'effet des chemins de déformation sur la formabilité des alliages d'aluminium a aussi été étudié.

Finalement, des simulations numériques avec les données de diffraction des électrons rétrodiffusés (EBSD) pour l'alliage d'aluminium AA5754 ont été effectuées en utilisant le modèle à un ou plusieurs éléments par grain. Ces simulations sont exécutées avec différents modèles du durcissement (Asaro, Bassani et puissance).

**Mots-clés :** Formabilité; Alliage d'aluminium; Hydroformage; Glissement cristallographique; Durcissement; Calcul parallèle; Diagramme limite de formage (DLF); Diffraction électron.

## REMERCIEMENTS

J'exprime mes profonds remerciements à mon directeur de thèse, le professeur Kenneth W. Neale pour sa confiance, l'intérêt qu'il a porté à mon travail, son accessibilité et ses qualités humaines. Je le remercie aussi pour ses conseils précieux ainsi que son encouragement tout au long de ces années.

J'aimerais aussi adresser mes remerciements à Monsieur Kaan Inal qui m'a aidé pour la réalisation de ce projet, ses conseils et ses commentaires m'ont été très utiles.

Je voudrais également remercier le professeur Abdelaziz Hihi qui m'a beaucoup aidée et encouragée à poursuivre mes études supérieures à l'Université de Sherbrooke.

J'exprime également mes remerciements à tous les partenaires, le *Conseil de recherches en sciences naturelles et en génie du Canada (CRSNG)* et la compagnie *General Motors Canada* pour le financement de cette étude.

Je remercie aussi tous ceux qui ont fait partie de ce projet ainsi le personnel du secrétariat et les étudiants de 2<sup>e</sup> et 3<sup>e</sup> cycles du département de génie civil, qui ont toujours été présents pour moi et ont contribué, chacun à sa manière, à l'aboutissement de ce projet.

Je témoigne ici de ma plus grande reconnaissance et profonde gratitude à mes parents pour leur soutien continu et leur appui à toute épreuve, à mes chers frères et sœurs pour leur encouragement.

Enfin, je tiens aussi à remercier tous mes amie(s) pour leur soutien moral et leur présence à mes côtés tout au long de ce travail.

# TABLES DES MATIÈRES

	PAGE
<b>1. INTRODUCTION</b>	<b>1</b>
<b>2. REVUE DE LITTÉRATURE ET LOIS CONSTITUTIVES</b>	<b>5</b>
2.1 Procédés de mise en forme.....	5
2.2 Propriétés des alliages d'aluminium.....	6
2.2.1 Utilisation d'aluminium dans l'industrie automobile.....	8
2.2.2 Alliages d'aluminium.....	9
2.2.3 La structure cristalline.....	12
2.2.3.1 Glissement cristallographique.....	15
2.2.3.2 Le maillage.....	16
2.3 Analyse de la formabilité.....	17
2.3.1 Introduction.....	17
2.3.2 Formulation du problème de localisation.....	19
2.3.3 Facteurs influençant sur les DLF.....	21
2.3.3.1 Effet de la texture initiale.....	21
2.3.3.2 Influence du coefficient d'écrouissage.....	22
2.3.3.3 Effet de sensibilité à la vitesse de déformation.....	23
2.3.3.4 Effet des chemins de déformation.....	24
2.4 Modélisation du comportement en grandes déformations des tôles.....	25
2.4.1 Approche phénoménologique.....	25
2.4.2 Approche polycristalline.....	27
2.5 Conclusion.....	29
<b>3. DÉFORMATION PLASTIQUE DES POLYCRISTAUX</b>	<b>31</b>
3.1 Modèle constitutif monocristallin.....	31
3.1.1 Lois de durcissement par glissement simple.....	37
3.2 Équations fondamentales.....	40
3.2.1 Tenseurs des contraintes.....	40

3.3.2 Équations d'équilibre et principe des travaux virtuels.....	41
3.3 Principaux modèles polycristallins.....	42
3.3.1 Modèle constitutif polycristallin de type Taylor.....	43
3.3.2 Modèle à un ou plusieurs éléments finis par grain.....	43
<b>4. MODÉLISATION PAR LA MÉTHODE DES ÉLÉMENTS FINIS</b>	<b>44</b>
4.1 Formulation par la MEF.....	44
4.2 Calcul parallèle.....	52
<b>5. APPLICATION AUX ALLIAGES D'ALUMINIUM AA5754 ET AA6063</b>	<b>54</b>
5.1 Introduction.....	54
5.2 Simulations numériques des DLF pour les deux alliages d'aluminium.....	55
5.2.1 Diagrammes limites conventionnels.....	58
5.2.2 Diagrammes limites de l'hydroformage.....	60
5.3 Effet du chemin de déformation sur les DLF.....	61
5.4 Conclusion.....	63
<b>6. LA TECHNIQUE DE DIFFRACTION DES ÉLECTRONS RÉTRO-DIFFUSÉS (EBSD)</b>	<b>65</b>
6.1 Introduction.....	65
6.2 L'exécution des données d'EBSD dans le modèle EF/grain.....	66
6.2.1 Cellule unitaire.....	67
6.2.2 Résultats des simulations numériques lors des différents états de déformation.....	68
6.2.3 Simulation de l'évolution de la déformation dans une cellule unitaire.....	73
6.3 Évolution de la texture.....	78
6.4 Conclusion.....	81
<b>CONCLUSION GÉNÉRALE</b>	<b>82</b>
<b>BIBLIOGRAPHIE</b>	<b>85</b>

## LISTE DES FIGURES

Figure 1.1 : Principe du procédé d'hydroformage de tube.....	2
Figure 1.2 : Application du procédé d'hydroformage de tube [LUNDQVIST, 2004].....	3
Figure 2.1 : Bauxite.....	8
Figure 2.2 : La croissance mondiale de l'Al dans l'industrie automobile.....	9
Figure 2.3 : Cellules élémentaires des métaux purs: cubique centré (a), cubique à faces centrées (b) et hexagonale compacte (c).....	13
Figure 2.4 : Dislocations et vecteurs de Burgers.....	15
Figure 2.5 : Système de maclage.....	17
Figure 2.6 : Définition d'un diagramme limite de formage.....	18
Figure 2.7 : Schéma de l'approche Marciniak-Kuczynski.....	19
Figure 2. 8 : Influence de la texture initiale sur les DLF [Wu et coll., 1997].....	22
Figure 2.9 : Influence de coefficient d'écrouissage $n$ sur les DLF [Wu et coll., 2004].....	23
Figure 2.10 : Effet de la sensibilité à la vitesse de déformation sur les DLF [Wu et coll., 2004] .....	24
Figure 2.11 : Influence des chemins de déformation sur les DLF.....	25
Figure 3.1 : Décomposition de la déformation élastoplastique du milieu cristallin.....	31
Figure 3. 2 : Schéma illustrant la loi de Schmid.....	33
Figure 4. 1 : Élément quadrilatéral de référence.....	45
Figure 4.2 : Mammouth-parallèle.....	53
Figure 5.1 : Convention utilisée pour les diagrammes limites de formage.....	55
Figure 5. 2 : Texture initiale représentée pour la figure de pôle stéréographique $\{111\}$ pour (a) AA6063 et (b) AA5754.....	56
Figure 5.3 (a) : La courbe contrainte-déformation expérimentale et numérique pour AA6063.....	57
Figure 5.3 (b): La courbe contrainte-déformation expérimentale et numérique pour AA5754.....	58



Figure 5.4 (a): Les DLF conventionnels simulés pour AA6063.....	59
Figure 5.4 (b): Les DLF conventionnels simulés pour AA5754.....	59
Figure 5.5 (a): Les DLF de l'hydroformage simulés pour AA6063.....	60
Figure 5.5 (b): Les DLF de l'hydroformage simulés pour AA5754.....	61
Figure 5.6: Effet du chemin de déformation sur les DLF de l'hydroformage pour AA5754...	62
Figure 5.7: Effet du chemin de déformation sur les DLF de l'hydroformage pour AA6063...	63
Figure 6.1: Image EBSD.....	66
Figure 6.2: Le modèle d'une cellule unitaire.....	67
Figure 6.3: Texture initiale représentée pour la figure de pôle stéréographique {111} pour l'alliage AA5754.....	68
Figure 6.4: Morphologie des grains par EBSD.....	68
Figure 6.5: Courbe de traction uniaxiale pour l'alliage AA5754.....	71
Figure 6.6: Courbe de traction plane pour l'alliage AA5754.....	72
Figure 6.7: Courbe de traction équibiaxiale pour l'alliage AA5754.....	72
Figure 6.8: L'évolution de la déformation dans une cellule unitaire pour différentes lois de durcissement lors de l'essai de traction uniaxiale à a) 15 %, b) 20 %, c) 25 % de déformation .....	74
Figure 6.9: L'évolution de la déformation dans une cellule unitaire pour différentes lois de durcissement lors de l'essai de traction équibiaxiale à a) 5 %, b) 10 %, c) 15 % de déformation.....	76
Figure 6.10: L'évolution de la déformation dans une cellule unitaire pour différentes lois de durcissement lors de l'essai de traction plane à a) 5 %, b) 10 %, c) 15 % de déformation.....	78
Figure 6.11: Texture après 15% de déformation en traction équibiaxiale.....	79
Figure 6.12: Évolution de texture après 15 % de déformation en traction plane.....	81

## LISTE DES TABLEAUX

TABLEAU 2.1: Les propriétés physiques d'aluminium pur.....	7
TABLEAU 2.2: Désignation des alliages d'aluminium.....	11
TABLEAU 2.3: Distributions des différents métaux.....	14
TABLEAU 2.4: Systèmes de glissement dans les matériaux.....	16
TABLEAU 5.1: Paramètres matériels utilisés lors des simulations pour AA6063 et AA5754 .....	56
TABLEAU 6.1: La composition chimique de l'alliage 5754 (% en masse).....	67
TABLEAU 6.2: Paramètres matériels utilisés lors des simulations pour le modèle d'Asaro..	69
TABLEAU 6.3: Paramètres matériels utilisés lors des simulations pour le modèle de Bassani.....	70
TABLEAU 6.4: Paramètres matériels utilisés lors des simulations pour le modèle de puissance.....	70

# 1. INTRODUCTION

Pendant la dernière décennie, la diminution de poids des véhicules est devenue l'un des objectifs majeurs des constructeurs automobiles en vue de réduire les émissions de gaz à effet de serre, minimisation du smog urbain, etc. Réduire la consommation du carburant est un moyen immédiat pour réduire l'émission des gaz polluants. C'est là donc un moyen d'action majeur puisqu'on estime à 15 % le gain en consommation lorsque la masse du véhicule est réduite de 25 %. Les besoins de réduction du poids se sont concrètement traduits par l'introduction de nouvelles nuances plus légères dans les structures automobiles. Ainsi, des alliages d'aluminium ont commencé à être intégrés dans les pièces de structure de plusieurs véhicules.

L'aluminium et ses alliages présentent un ensemble de propriétés qui dans bien des circonstances en font des matériaux irremplaçables. Parmi celles-ci citons sa faible densité ( $2,7\text{g/cm}^3$ ) - près de trois fois plus faible que les aciers -, sa résistance à la corrosion, grâce à sa couche d'oxyde  $\text{Al}_2\text{O}_3$  qui se forme à sa surface, sa relative facilité de mise en forme et sa conductivité électrique.

Les opérations de mise en forme des matériaux induisent fréquemment des grands taux de déformation et imposent des modes de sollicitations complexes. Ces processus sont essentiellement limités par l'apparition et le développement des instabilités plastiques. La compréhension et l'analyse de ces phénomènes, et la modélisation de leurs évolutions permettent de mieux prévoir leurs effets. C'est le chemin pour utiliser au mieux les matériaux existants. C'est aussi l'étape indispensable pour développer les matériaux les mieux adaptés à une réalisation industrielle.

Toutefois, la production de géométries complexes en une seule pièce n'est souvent pas faisable avec le procédé conventionnel d'emboutissage. De ce fait, le procédé d'hydroformage a été introduit comme une technologie alternative.

L'hydroformage de tube a été le premier procédé d'hydroformage à être développé et utilisé dans de nombreuses applications industrielles. Cette technique de mise en forme utilise la force motrice d'un fluide sous pression qui, injecté à l'intérieur d'un tube, permet de le déformer plastiquement par expansion. Un effort de compression généré par deux vérins, est généralement appliqué sur les deux extrémités du tube permettant ainsi un apport de matière à la zone déformée (Fig. 1.1). Cet apport a pour effet de compenser l'amincissement du tube et d'améliorer sa formabilité [GELIN et coll., 2001]. Cette technologie trouve aujourd'hui de plus en plus d'applications pour les pièces automobiles telles que les longerons, les collecteurs d'échappement, les berceaux support moteur, l'habitacle. (Fig. 1.2).

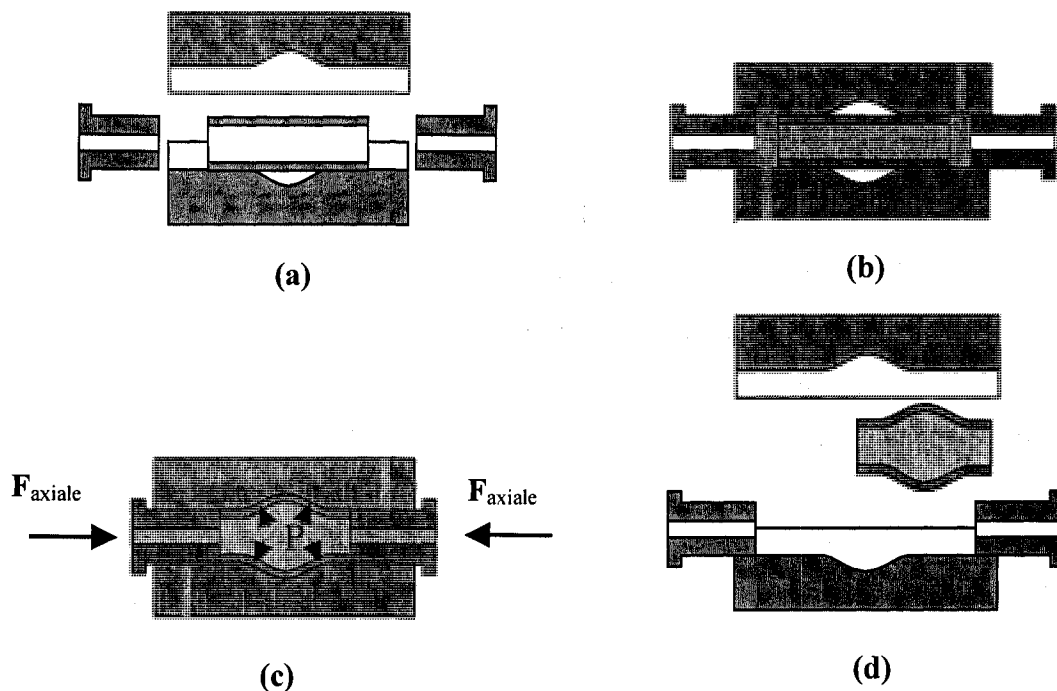


Figure 1.1 : Principe du procédé d'hydroformage de tube

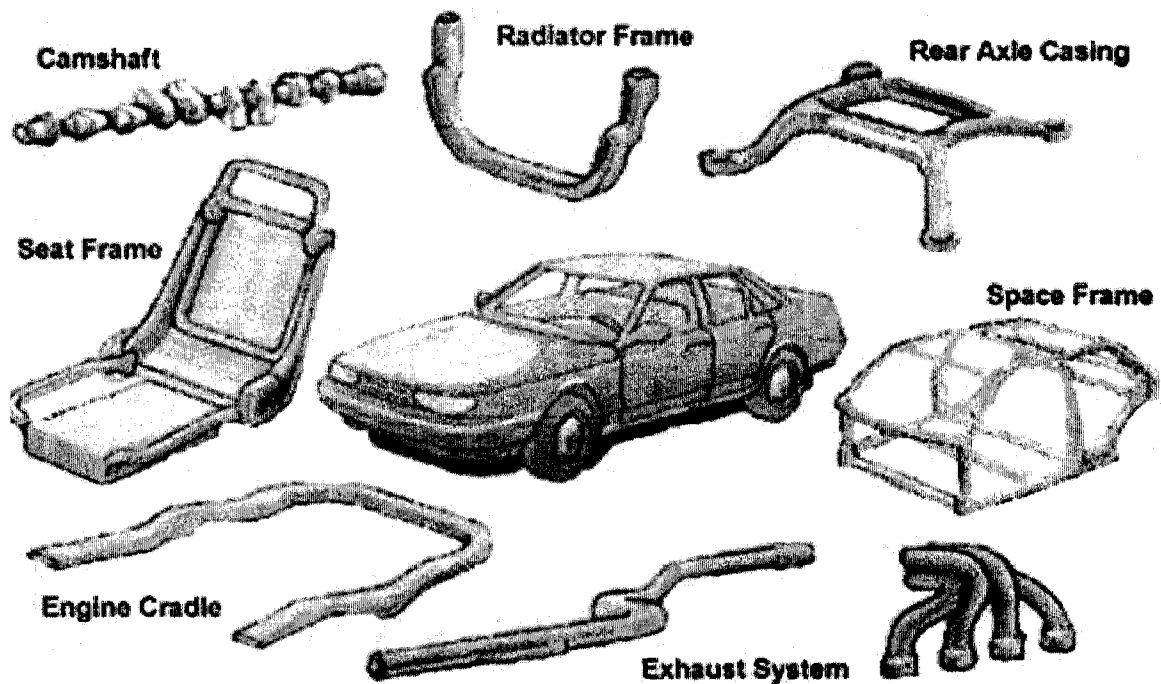


Figure 1.2 : Application du procédé d'hydroformage de tube [LUNDQVIST, 2004]

Ce travail de recherche doctoral, réalisé dans le cadre d'un projet de recherche et développement coopératif qui implique la compagnie General Motors, l'Université McGill, le Laboratoire CANMET, l'École Polytechnique de Montréal et notre groupe de mécanique des solides à l'Université de Sherbrooke, a pour objectif principal de modéliser numériquement la formabilité des alliages de référence d'aluminium AA5754 et AA6063.

Dans ce projet, les tâches étant divisées comme suit :

- General Motors : supervision, financement, matériaux
- CANMET : essais d'hydroformage
- Université McGill : caractérisation des alliages

- École Polytechnique : détermination des systèmes de glissement actifs et de leurs contraintes de cisaillement critiques résolues
- Université de Sherbrooke : développement des modèles numériques et simulation

Après le chapitre introductif, le deuxième chapitre est consacré à une revue de littérature sur le formage des tôles des alliages d'aluminium. Les principaux procédés de mise en forme sont cités, les propriétés d'aluminium pur et ses alliages sont ensuite présentées, le glissement cristallographique et sa cause, le maillage sont exposés ici. Par la suite, une analyse de formabilité et des effets des différents paramètres sur les diagrammes des limites de formage (DLF) est amorcée. Une brève historique sur la modélisation numérique des métaux est également présentée dans ce chapitre.

Le troisième chapitre présente le modèle de plasticité cristalline pour les alliages d'aluminium. Le modèle constitutif monocristallin est d'abord présenté, puis les lois de durcissement du glissement simple pour les trois modèles puissance, Asaro et Bassani sont exposés ici. Les principaux modèles polycristallins, le modèle de type Taylor et le modèle à un ou plusieurs éléments finis par grain utilisés dans ce travail, concluent le chapitre.

On aborde dans le chapitre quatre une analyse numérique par éléments finis pour les polycristaux. Un code d'éléments finis en 2-D, qui incorpore les algorithmes de calcul parallèle déjà établis par notre groupe de recherche, mais avec des modifications nécessaires pour décrire le comportement d'aluminium, va être établi.

Le cinquième chapitre, présente une étude sur les diagrammes limites de formage (DLF) simulés pour les deux alliages d'aluminium AA5754 et AA6063. Les diagrammes conventionnels et d'hydroformage sont présentés. Ensuite, on présente les effets des chemins de déformations sur les DLF. Finalement, dans le chapitre 6, une présentation de la technique de diffraction des électrons rétro diffusés (EBSD) est étudiée pour l'alliage d'aluminium AA5754.

## CHAPITRE 2

### 2. REVUE DE LITTÉRATURE ET LOIS CONSTITUTIVES

#### 2.1 Procédés de mise en forme

La plupart des procédés de formage induisent des modes de déformations complexes et des déformations plastiques qui, localement, peuvent être très élevées. Il est donc nécessaire de formuler des lois de comportement qui soient à la fois précises quant à leurs prédictions et générales dans leur application.

Les métaux et les alliages sont commercialisés sous différentes formes en fonction de leur utilisation ultérieure. Parmi les principaux modes de mise en forme, on a [MOUSSY et FRANCIOSI, 1990] :

⇒ La déformation plastique :

- sans enlèvement de matière : le forgeage à chaud et à froid, le laminage, l'hydroformage, l'emboutissage, le tréfilage, l'extrusion et l'étirage.
- avec enlèvement de matière : l'usinage.

⇒ La fonderie : le métal ou (l'alliage) liquide est versé dans un moule où il se solidifie sous la forme souhaitée.

L'exécution d'une pièce comporte généralement au moins deux de ces procédés. Le choix des procédés dépend de plusieurs facteurs, les plus importants étant les propriétés du métal, les dimensions et la forme de la pièce finie et, bien sûr, le coût [CALLISTER et WILLIAM, 2001].

Dans notre travail, nous nous intéressons à la mise en forme qui se fait par déformation plastique sans enlèvement de matière. Dans ce cas, on distingue habituellement deux types de mise en forme : celle des produits dits « longs » ou massifs et celle des produits dits « plats », en l'occurrence, les tôles [MOUSSY et FRANCIOSI, 1990].

1<sup>er</sup> cas : « les produits longs »

- Le forgeage désigne le travail ou la déformation mécanique d'une pièce métallique généralement chaude et s'accomplit soit par application de chocs successifs, soit par compression continue.
- L'extrusion et le tréfilage consistent, d'une façon générale, à forcer un lingot de métal à travers une filière pour obtenir des tubes et autres profilés ou du fil.

2<sup>ème</sup> cas : « les produits plats »

Les tôles sont obtenues par laminage : cette opération consiste à faire passer une pièce de métal entre deux rouleaux de même diamètre qui, en exerçant des contraintes de compression, réduisent l'épaisseur de la pièce. Une tôle mince est alors un produit semi-fini qui peut être mis en forme par pliage, par estampage, emboutissage ou par hydroformage. Lors d'une opération de laminage, les propriétés mécaniques des tôles telles que résistance, ductilité et anisotropie ne sont pas les seules à être affectées; la surface des produits devient de plus en plus importante en mise en forme.

L'hydroformage de tube est un procédé en pleine progression dans l'industrie automobile. Il consiste à fabriquer un corps creux de forme complexe en déformant un tube sous l'action conjointe d'une pression interne et de forces appliquées aux extrémités du tube. L'hydroformage présente les avantages suivants : une réduction du nombre de pièces des outillages, une meilleure rigidité et une meilleure résistance donc des possibilités d'allègement, un assemblage simplifié et une diminution des coûts.

## 2.2 Propriétés des alliages d'aluminium

L'aluminium est devenu un élément incontournable de la vie de tous les jours grâce à ses propriétés exceptionnelles. Sa légèreté (2,7g/cm<sup>3</sup>) est un atout primordial pour les industries des matériels de transport et des loisirs; il occupe une place privilégiée dans la fabrication des cycles, de matériel de camping et de sports d'hiver. Sa haute conductibilité électrique le met en concurrence avec le cuivre dans les fils et câbles, et sa bonne résistance



naturelle à la corrosion et aux intempéries permettent son utilisation dans le bâtiment. Sa facilité de transformation permet l'utilisation des procédés les plus divers de la métallurgie : moulage, matriçage, laminage, filage, emboutissage...; il peut être coulé et profilé pour prendre les formes les plus complexes. Son point de fusion relativement bas (660 °C) facilite sa mise en œuvre en fonderie sous forme de pièces moulées de précision. L'aluminium peut être allié à de nombreux autres métaux afin d'améliorer ses qualités (dureté, usinabilité). Enfin, l'aluminium est réutilisable et 100 % recyclable, tout en gardant les mêmes caractéristiques (Tab. 2.1).

TABLEAU 2.1 : LES PROPRIÉTÉS PHYSIQUES D'ALUMINIUM PUR

Température de fusion	660 °C
Température d'ébullition	2519 °C
Densité	2,7 g/cm <sup>3</sup>
Résistivité électrique	$2,7 \cdot 10^{-2} \Omega \cdot m$
Conductivité thermique	$220 \text{ W} \cdot m^{-1} \cdot ^\circ K^{-1}$
Capacité thermique massique	$9,102 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot ^\circ K^{-1}$
Coefficient de dilatation	$24 \cdot 10^{-6} ^\circ K^{-1}$
Module d'élasticité	69000 Mpa

L'aluminium est le métal le plus abondant de l'écorce terrestre dont il est le 3e élément constitutif le plus important (8 %) derrière l'oxygène (47 %) et le silicium (28 %). Il n'existe pas à l'état natif dans la nature, mais se présente contenu dans des minerais sous forme principalement d'oxydes.

La bauxite est le minerai le plus utilisé pour obtenir de l'alumine, matière intermédiaire nécessaire à la fabrication de l'aluminium (Fig. 2.1).

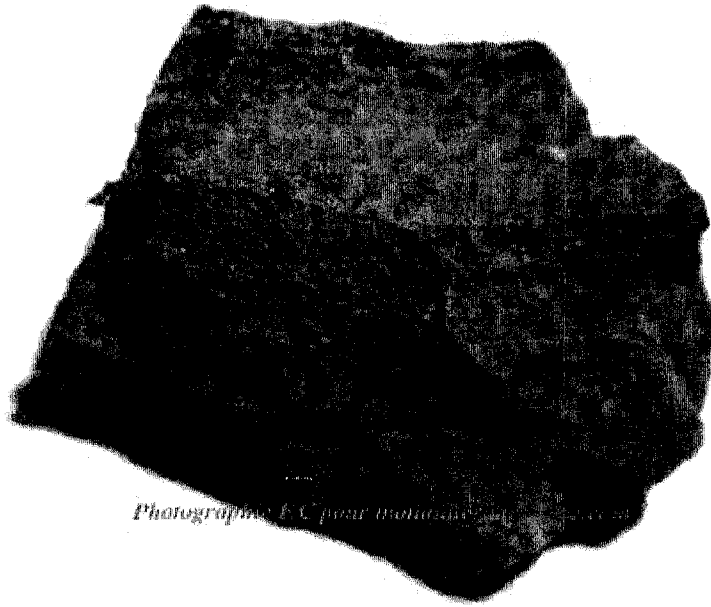


Figure 2.1 : Bauxite

#### 2.2.1 Utilisation d'aluminium dans l'industrie automobile:

Depuis quelques années, l'aluminium est de plus en plus employé dans la fabrication des automobiles. La raison est simple, il est plus léger que l'acier.

Une voiture contient en moyenne 150 kg d'aluminium : carter, bloc-moteur, radiateur, jantes, etc. L'aluminium suscite un réel intérêt, en particulier pour la fabrication des châssis et des carrosseries, l'allègement étant synonyme d'économie de carburant pour l'utilisateur. Dans la fabrication des véhicules industriels et des transports publics (routiers et ferroviaires), on fait aussi largement appel à l'aluminium.

L'utilisation de l'aluminium dans le domaine de l'automobile devrait doubler au cours des dix prochaines années, en raison de l'important gain obtenu sur le plan environnemental : l'allègement du poids du véhicule entraîne une diminution de la consommation de carburant et, donc, des émissions de gaz à effet de serre plus faibles. Par exemple, une réduction de poids de 100 kg réduit de 0,6 litre/100 km la consommation de carburant et de 20 % les

émissions de gaz à effet de serre; la figure 2.2 montre la croissance mondiale de l'aluminium dans l'industrie automobile (ALCAN).

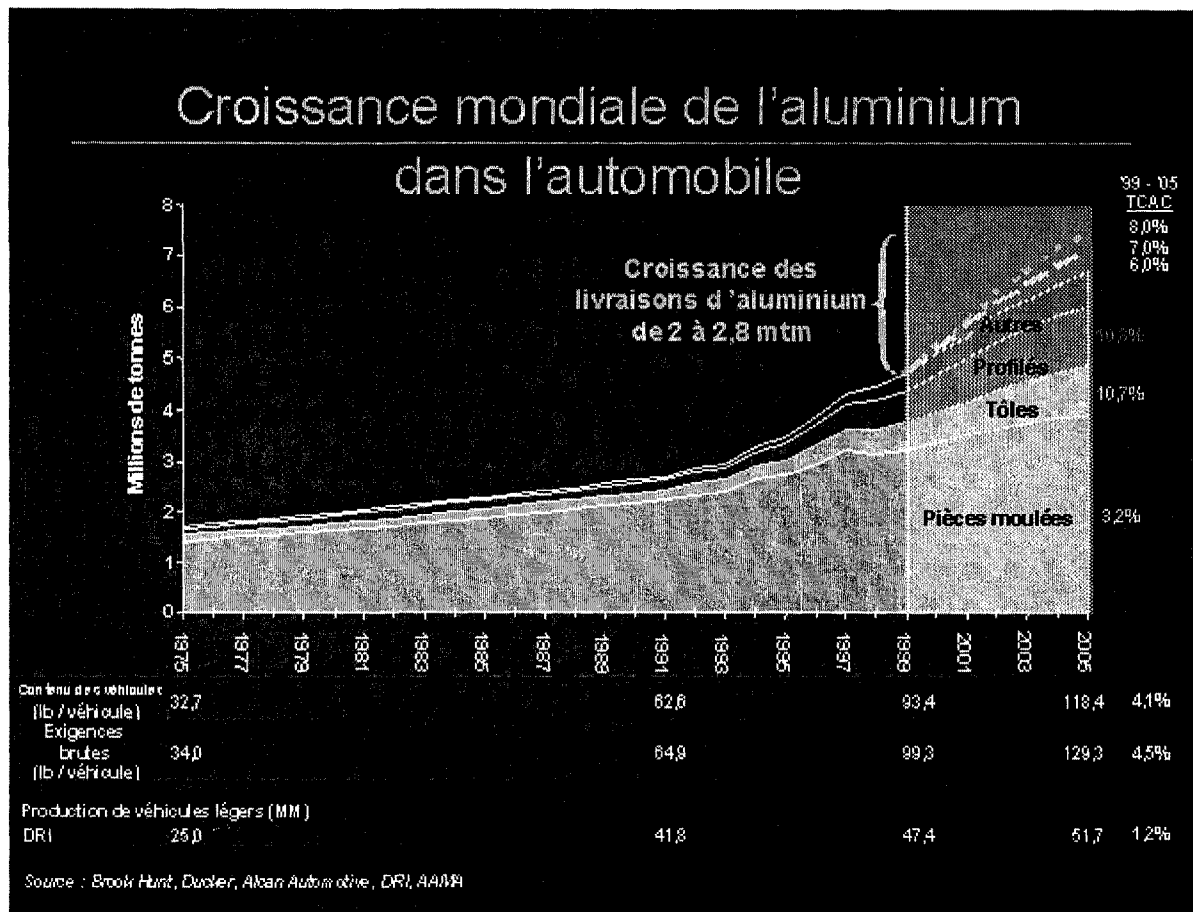


Figure 2.2: La croissance mondiale de l'Al dans l'industrie automobile

#### 2.2.2 Alliages d'aluminium:

Bien que l'aluminium soit parfois utilisé tel quel, on lui ajoute généralement de petites quantités d'autres métaux pour obtenir des alliages aux propriétés particulières. Certains éléments d'alliage augmentent la résistance mécanique ou la résistance à la corrosion. D'autres améliorent l'aptitude à l'usinage, la malléabilité, la soudabilité et la résistance aux températures élevées.

Des exemples :

⇒ L'aluminium allié avec du magnésium et du silicium a une résistance améliorée à la corrosion, ce qui en fait un matériau apprécié pour les portes et les cadres de fenêtres.

⇒ L'ajout de cuivre et de zinc à l'aluminium produit des alliages d'une résistance mécanique remarquable. L'ajout de chrome, de manganèse et de titane à l'aluminium modifie la dimension des grains du métal. Les recherches récentes sur les composites à matrice métallique faits d'aluminium et de particules de céramique laissent entrevoir l'existence éventuelle de matériaux plus résistants et moins coûteux.

⇒ Les cannettes en aluminium sont faites d'un alliage renfermant du magnésium et du manganèse, qui leur procurent plus de résistance et plus de malléabilité.

### Désignation de l'aluminium

Les chiffres utilisés pour décrire les alliages d'aluminium sont conformes aux codes établis par l'Association de l'aluminium. Les quatre premiers chiffres de la séquence désignent les alliages utilisés. Les autres codes (chiffres ou lettres) indiquent la forme du produit et le type de traitement thermique qu'il a reçu.

### Groupe d'alliages

Le premier chiffre désigne l'élément chimique présent en plus grande partie dans chaque alliage d'aluminium (Tab. 2.2).

TABLEAU 2.2 : DÉSIGNATION DES ALLIAGES D'ALUMINIUM

Groupe alliage	Principal élément	Caractéristiques
1XXX	Aluminium	Excellente résistance à la corrosion, grande conductivité thermique et électrique, grande machinabilité
2XXX	Cuivre	Le traitement thermique lui donne des propriétés optimales, résistance à la corrosion, grandes utilisations aéronautiques.
3XXX	Manganèse	Généralement pas traitable thermiquement, alliages grandement utilisés, bonne machinabilité.
4XXX	Silicium	Pas de possibilité de traitement thermique, devient gris foncé lors de l'utilisation de certains oxydants et lui confère donc plusieurs utilisations architecturales.
5XXX	Magnésium	Bonne soudabilité, bonne résistance à la corrosion en milieu marin.
6XXX	Magnésium et Silicium	Possibilité de traitement thermique, bonne formabilité et résistance à la corrosion.
7XXX	Zinc	Alliages de grande force, souvent utilisé dans la structure de pièces avec grade tension.
8XXX	Autre éléments	-

La lettre et le chiffre qui suivent les quatre chiffres initiaux indiquent les différents états dans lesquels on classe les types de produits. Les désignations de base sont les suivantes:

F : état de fabrication; pas de contrôle de la structure métallique

O : état recuit

H : état durci par écrouissage

W : traitement de mise en solution

T : traitement thermique spécifié.

Les alliages d'aluminium le plus fréquemment utilisés dans les applications pour tôle automobile sont les alliages par écrouissage de la série 5000 et ceux aptes au traitement thermique de la série 6000. La présente étude portera deux alliages AA5754 et AA6063. Ils sont utilisés dans un grand nombre d'applications pour les châssis, composants, pièces structurelles et pièces "hang-on". D'un point de vue général, l'utilisation de ces alliages présente un bon rapport coût/gain de poids et une bonne compatibilité par rapport aux techniques de production existantes en termes de mise en forme et d'assemblage.

### 2.2.3 La structure cristalline

Les matériaux métalliques sont, dans leur état solide, comme les céramiques et une partie des polymères et la plupart des substances organiques et inorganiques, d'une structure cristalline. Une structure cristalline est par définition un arrangement périodique, typiquement dans les trois dimensions de l'espace, des éléments de base constituant une phase solide. Suivant les différentes classes de matériaux mentionnées ci-dessus, ces éléments de base peuvent être des ions, des molécules ou des atomes, ce dernier étant le cas pour les métaux.

Bien que la définition donnée plus haut laisse un grand nombre d'arrangements possibles, il s'avère que pour les métaux purs ce sont surtout trois arrangements d'atomes qui sont réalisés. Dans le premier de ces arrangements, les atomes sont placés aux coins d'un cube et au centre du même cube. Cet arrangement est appelé **cubique centré** (CC) et est montré en figure 2.3 (a). Si on suppose que les atomes sont aussi proches que possible les uns des autres, et que l'on les représente par des sphères, le volume du cube est rempli à 68 % par des atomes. Une telle représentation de la symétrie, qui contient toutes les informations de la symétrie et la périodicité, est aussi nommée une cellule élémentaire.

Dans l'autre arrangement avec une symétrie cubique, les atomes sont encore placés sur les coins du cube de base, mais également sur les centres des faces du même cube. Cette structure est appelée **cubique faces centrées** (CFC) et est représentée en figure 2.3 (b). Dans

cet arrangement atomique, les sphères représentant les atomes occupent 74 % du volume. Un tel arrangement est le plus dense qui est réalisable avec des sphères de même taille. Le même taux de remplissage de l'espace est également atteint par un arrangement d'atomes en symétrie **hexagonale compacte** (HC) (Fig. 2.3 (c)). Les atomes sont placés aux coins d'un prisme à base hexagonale, au centre de la base et à mi-hauteur entre les deux plans basales, en dessus des centres de triangle formés par trois des atomes de la base. Dans la structure hexagonale compacte idéale, trois atomes du plan basal forment un tétraèdre régulier avec l'atome placé en dessus.

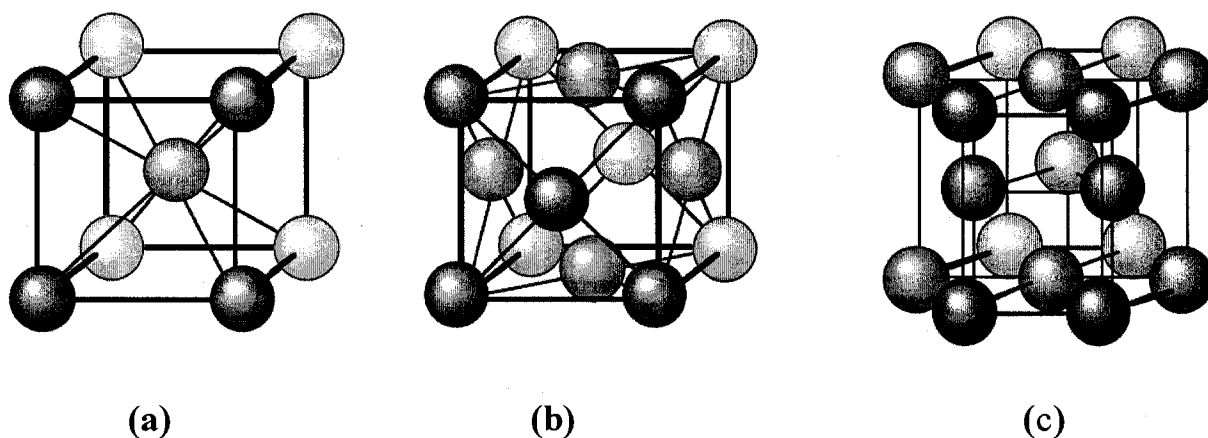


Figure 2.3 : Cellules élémentaires des métaux purs: cubique centré (a), cubique à faces centrées (b) et hexagonale compacte (c)

Le tableau 2.3 montre comment les différents métaux se distribuent selon les trois symétries cristallines présentées ci-dessus. Bien que les métaux dans la même colonne forment un réseau de même symétrie, les réseaux respectifs peuvent se différencier par leur taille absolue qui dépend du rayon atomique.

TABLEAU 2.3: DISTRIBUTIONS DES DIFFÉRENTS MÉTAUX

CC	CFC	HC
Li, K, Rb, Cs, Ba, V, Nb, Ta, Cr, Mo, W, Eu, $\alpha$ -Fe, $\beta$ -Ti	$\alpha$ -Ca, Al, $\alpha$ -Sr, $\gamma$ -Fe, $\alpha$ -Co, Rh, Ir, Ni, Pd, Pt, Cu, Ag, Au, Pb	A-Na, Mg, $\alpha$ -Be, $\alpha$ -Ti, $\alpha$ -Zr, $\alpha$ -Hf, $\alpha$ -Sc, $\alpha$ -Y, $\alpha$ -La, Re, Ru, Os, Zn, Cd, $\alpha$ -Tl, $\epsilon$ -Co

Les arrangements atomiques réels contiennent souvent des défauts qui perturbent localement l'arrangement des atomes. Selon [MOUSSY et FRANCIOSI, 1990], les principaux défauts qu'on peut distinguer sont:

**a) Défauts ponctuels :**

Ce sont essentiellement les lacunes et les atomes interstitiels produits lors de la déformation plastique ou par irradiation (défauts intrinsèques) ainsi que les atomes d'impuretés en position d'interstitiels, ou en substitution aux atomes du réseau (défauts extrinsèques). Ces défauts ponctuels peuvent s'arranger de façon à former un motif bidimensionnel ou tridimensionnel et constituent alors, respectivement, des défauts surfaciques et volumiques.

**b) Dislocations :**

Le concept de dislocation fut mis en évidence par l'existence d'un écart entre les valeurs expérimentales et calculées de la cission nécessaire à déformer plastiquement un cristal. On décrit une dislocation à partir d'un réseau parfait que l'on coupe selon un plan atomique d'un côté duquel on déplace (par translation) les atomes d'une distance égale à la distance interatomique. Lorsqu'on relie ensuite les atomes de part et d'autre de la coupure, il subsiste une imperfection maximum selon une ligne qui constitue la ligne de dislocation. La dislocation est dite *coin* si le déplacement est perpendiculaire à cette ligne, *vis* s'il lui est parallèle, et *mixte* dans tous les autres cas. Si la ligne de dislocations referme, elle est dite courbe. La figure 2.4 illustre les différents types de dislocations (MOUSSY et FRANCIOSI, 1991).



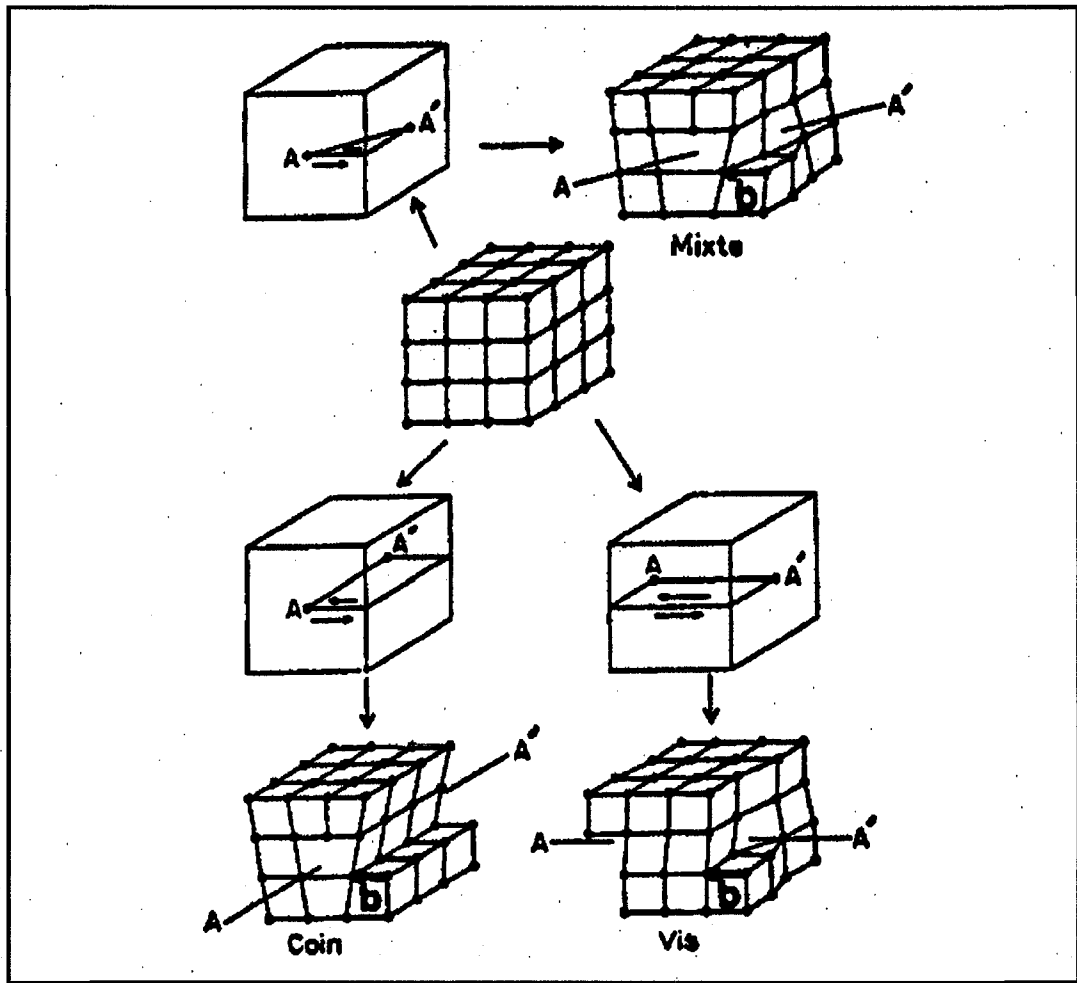
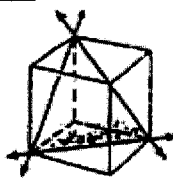
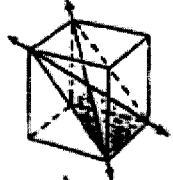
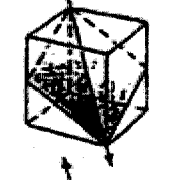
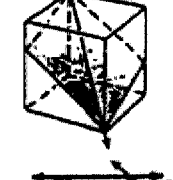



Figure 2.4 : Dislocations et vecteurs de Burgers

### 2.2.3.1 Glissement cristallographique

La déformation plastique d'un monocristal correspond au mouvement d'un grand nombre de dislocations, ce qu'on appelle le *processus de glissement*. Le plan par lequel la ligne de dislocation passe est le plan de glissement. Les glissements de dislocations se produisent généralement dans des plans bien déterminés de la maille cristalline. En fait, les plans de glissement se révèlent presque toujours être les plans de plus forte densité atomique, et les directions de glissement sont les directions cristallographiques les plus denses. Les métaux à structure Cubique à Faces Centrées (CFC), comme l'aluminium, possèdent 12 systèmes de glissement (plan de type  $\{111\}$  et direction de glissement de type  $\langle 1\bar{1}0 \rangle$ ). Le tableau 2.4 présente et résume ces données pour plusieurs métaux.

TABLEAU 2.4 : SYSTÈMES DE GLISSEMENT DANS LES MATÉRIAUX

Structure	Plan de glissement	Direction de glissement	Nombre de système de glissement	
FCC Cu, Al, Ni, Pb, Au, Ag, $\gamma$ Fe, ...	$\{111\}$	$\langle \bar{1}\bar{1}0 \rangle$	$4 \times 3 = 12$	
BCC $\alpha$ Fe, W, Mo, laiton- $\beta$	$\{110\}$	$\langle \bar{1}11 \rangle$	$6 \times 2 = 12$	
$\alpha$ Fe, Mo, W, Na	$\{211\}$	$\langle \bar{1}11 \rangle$	$12 \times 1 = 12$	
$\alpha$ Fe, K	$\{321\}$	$\langle \bar{1}11 \rangle$	$24 \times 1 = 24$	
HCP Cd, Zn, Mg, Ti, Be, ...	$\{0001\}$	$\langle 11\bar{2}0 \rangle$	$1 \times 3 = 3$	

### 2.2.3.2 Le maclage

Parfois, les matériaux cristallins réagissent au cisaillement auquel ils sont soumis par un mécanisme particulier, différent du glissement des dislocations : *le maclage*. Le maclage est l'opération qui amène une partie du cristal à être cisillée entre deux plans (qui vont former les interfaces avec la partie non déformée) (Fig. 2.5). Il s'agit d'une opération qui requiert d'importantes concentrations de contrainte. Le glissement et le maclage sont les deux principaux mécanismes permettant d'accommoder la déformation plastique, alors que le glissement produit des déplacements qui sont des entiers multiples de la distance interatomique, lors du maclage les atomes se déplacent de moins d'une distance interatomique. L'importance du maclage sur la déformation totale est particulièrement marquée dans les

matériaux où le nombre de systèmes de glissement est réduit, comme ceux de structure hexagonale compacte.

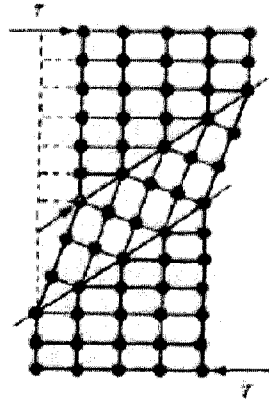


Figure 2.5 : Système de maillage

## 2.3 Analyse de la formabilité

La connaissance des limites de formabilité d'un matériau est importante puisqu'elle permet d'utiliser celui-ci au mieux de ses possibilités sans jamais les dépasser. Les diagrammes limites de formage (DLF), qui représentent ces limites, constituent donc un outil diagnostic à l'étude d'une tôle métallique.

### 2.3.1 Introduction

En 1961 Keeler [KEELER, 1961] a introduit la notion des diagrammes limites de formage pour représenter l'initiation de la striction localisée lors du formage des tôles métalliques. Il définit ainsi le diagramme limite de formage qui n'est autre qu'une frontière séparant deux domaines: le domaine en dessous de la courbe correspond à des modes de déformation sans défauts, et le domaine au dessus présente des risques de striction et de rupture (Fig. 2.6).

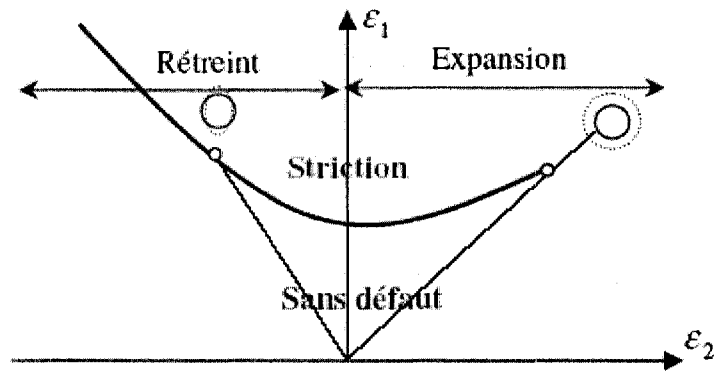


Figure 2.6 : Définition d'un diagramme limite de formage

Les DLF peuvent être utilisés de plus d'une manière :

- ⇒ D'abord ils permettent de classer les tôles de différentes nuances selon leur formabilité; plus le niveau de la courbe limite de formage est élevé, meilleure est la formabilité de la nuance.
- ⇒ En portant sur le diagramme des déformations principales l'ensemble des points calculés à partir d'une simulation numérique de la mise en forme d'une pièce, il est possible de détecter les zones critiques. Il suffit de considérer les points les plus proches des DLF. A cet endroit, il y a risque de striction.

De nombreux travaux théoriques et numériques sur l'analyse des DLF sont basés sur l'approche appelée approche M-K développée par Marciniak et Kuczynski [MARCINIAK et coll., 1967]. L'hypothèse de base de cette approche consiste dans la présence d'un défaut préexistant de type géométrique (rugosité de surface) qui est décrit par une bande de sous épaisseur initiale de la tôle (Fig. 2.7). Ces chercheurs ont démontré que la présence de telles hétérogénéités intrinsèques, par rapport à la capacité de résistance au chargement sur toute la surface de la tôle déformée, peuvent entraîner des accroissements de déformations dans les zones les plus faibles, et par conséquent, entraîner des strictions locales et des ruptures.

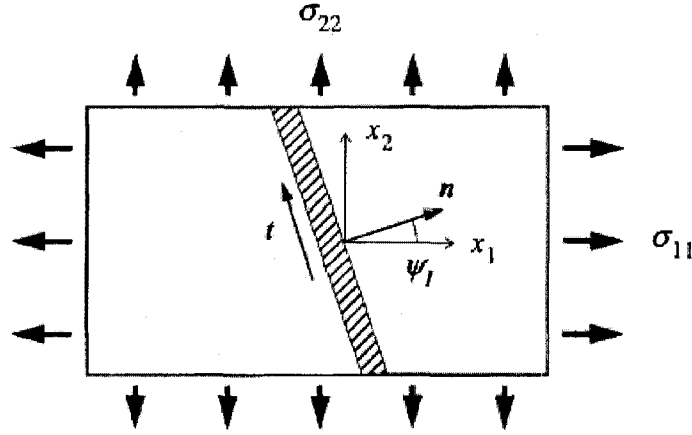


Figure 2.7 : Schéma de l'approche Marciniak-Kuczynski

Dans notre étude, nous avons utilisé les travaux de Wu, Neale et Van der Giessen [WU et coll., 1997]. Ces chercheurs ont utilisé le modèle de plasticité des cristaux développé par Asaro et Needleman [ASARO et NEEDLMAN, 1985] dans une solution numérique non linéaire pour calculer les DLF pour les cristaux cubique à faces centrées (CFC).

### 2.3.2 Formulation du problème de localisation

Nous considérons une tôle ayant une irrégularité sous forme d'une bande qui est au début sous un angle  $\psi_1$  incliné dans la direction  $x_1$  (les axes  $x_1$  et  $x_2$  sont alignés avec les directions transversales et radiale de la tôle, alors que  $x_3$  représente la direction normale) (Fig. 2.7) L'indice supérieur  $b$  se réfère à la zone intérieure de la bande. L'épaisseur le long de la section minimale de la bande est notée par  $h^b(t)$  avec une valeur initiale  $h^b(0)$ . La taille initiale de ce défaut est définie par la formule suivante :

$$f = \frac{h^b(0)}{h(0)} \quad (2.1)$$

où  $h(0)$  est l'épaisseur initiale à l'extérieur de la bande.

On suppose que le chargement imposé sur les bords de la tôle est:

$$\frac{D_{22}}{D_{11}} = \frac{\dot{\varepsilon}_{22}}{\dot{\varepsilon}_{11}} = \rho = \text{const.}, \quad D_{12} = 0, \quad W_{12} = 0 \quad (2.2)$$

où  $\dot{\varepsilon}_{22} \equiv D_{22}$  et  $\dot{\varepsilon}_{11} \equiv D_{11}$  sont les taux de déformation logarithmiques (principal) et  $W_{ij}$  sont les composantes du tenseur de rotation. On suppose encore que  $D_{13} = D_{23} = W_{13} = W_{23} = 0$ , alors que  $D_{33}$  est donné par la condition  $\dot{\sigma}_{33} = 0$ .

L'orientation de la bande  $\psi$  est donnée par (HUTCHINSON et NEALE, 1978) :

$$\tan \psi = \exp[(1 - \rho)\varepsilon_{11}] \tan \psi_I \quad (2.3)$$

On assume que les déformations à l'intérieur et à l'extérieur de la bande sont homogènes et des états de la compatibilité et de l'équilibre sont imposés à travers les interfaces de la bande. D'après Hutchinson et Neale [HUTCHINSON et NEALE, 1978], la condition de compatibilité à l'interface de la bande est donnée par la formule suivante :

$$L_{\alpha\beta}^b = L_{\alpha\beta} + \dot{c}_\alpha n_\beta, \quad (2.4)$$

où :

$L_{\alpha\beta}^b$  et  $L_{\alpha\beta}$  sont les composantes du gradient de la vitesse à l'intérieur et à l'extérieur de la bande

$n_\beta$  sont les composantes de la direction normale de la bande et  $\dot{c}_\alpha$  sont des paramètres à déterminer.

Les équations d'équilibre de chaque côté de l'interface exigent que :

$$n_{\alpha} \sigma_{\alpha\beta}^b h^b = n_{\alpha} \sigma_{\alpha\beta} h \quad (2.5)$$

### 2.3.3 Facteurs influençant sur les diagrammes limites de formage (DLF)

Les diagrammes limites de formage sont sensibles à différents paramètres, tels que :

- ⇒ La texture initiale;
- ⇒ Le coefficient d'écrouissage  $n$ ;
- ⇒ La sensibilité à la vitesse de déformation  $m$ ;
- ⇒ Les chemins de déformation.

#### 2.3.3.1 Effet de la texture initiale

Il est maintenant bien connu qu'un léger changement de la forme de la surface d'écoulement pour une tôle puisse avoir un effet plutôt grand sur les DLF [NEALE et CHATER, 1980], [LIAN et coll., 1989] et [Wu et coll., 1997]. Dans l'analyse de la plasticité cristalline, la forme de la surface d'écoulement pour une tôle est indiquée par la texture initiale et son évolution. En conséquence, la texture initiale est l'un des paramètres les plus importants effectuant les DLF.

La figure 2.8 représente une comparaison entre le DLF prévu pour une tôle à texture initiale et pour une tôle première aléatoire. Il est clair que les formes prévues de DLF soient tout à fait différentes.

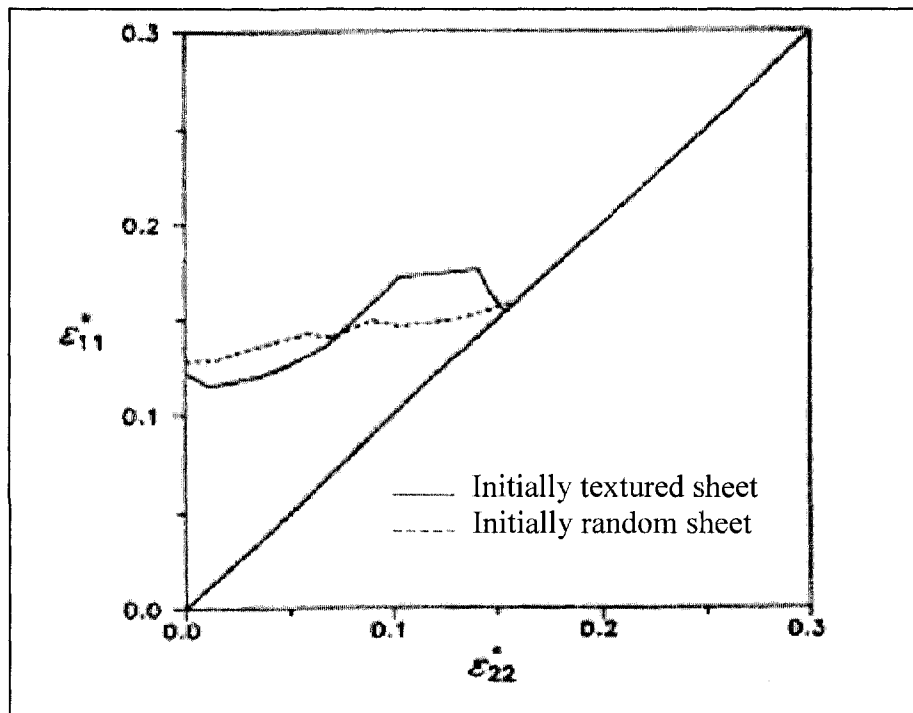


Figure 2. 8 : Influence de la texture initiale sur les DLF [Wu et coll., 1997]

#### 2.3.3.2 Influence du coefficient d'écrouissage

Le coefficient d'écrouissage  $n$  donne une représentation de la capacité de consolidation du métal en traction. Cette consolidation joue un double rôle : elle augmente le niveau de déformation que peut supporter le métal d'une part, et elle permet surtout une meilleure répartition des déformations. Plus  $n$  est grand, meilleure est la formabilité (Fig. 2.9).



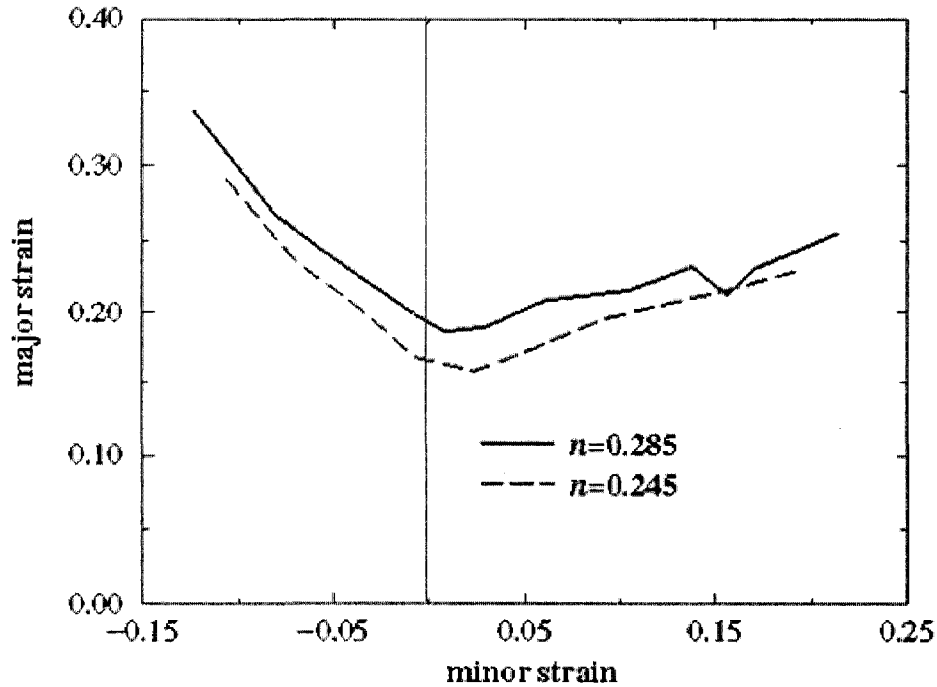


Figure 2.9 : Influence de coefficient d'écrouissage  $n$  sur les DLF [Wu et coll., 2004]

### 2.3.3.3 Effet de sensibilité à la vitesse de déformation

La sensibilité à la vitesse de déformation détermine, d'une certaine façon, l'habileté d'un matériau à retarder l'aggravation d'une striction.

La figure 2.10 illustre le changement du DLF quand la valeur de la sensibilité à la vitesse de déformation  $m$  est diminuée par un facteur de 10 à  $m = 0.001$ . Une augmentation de la valeur  $m$  décale le DLF vers la plus haute valeur de la déformation principale  $\varepsilon_{11}$ , un grand  $m$  signifiant une importante sensibilité à la vitesse de déformation et donc une plus grande résistance à la localisation rapide de la déformation.

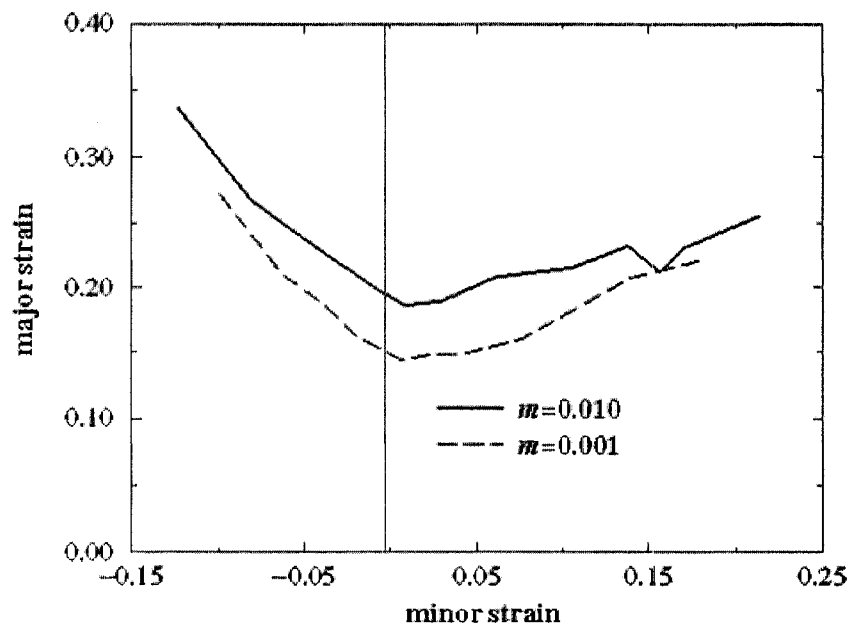


Figure 2.10 : Effet de la sensibilité à la vitesse de déformation sur les DLF [Wu et coll., 2004]

#### 2.3.3.4 Effet des chemins de déformation

Un paramètre dont l'influence est très importante sur la position des DLF est la forme des chemins de déformations. Le rôle de ce paramètre est primordial en emboutissage car au niveau industriel, la fabrication de pièces complexes nécessite fréquemment une réalisation en plusieurs passes, ce qui induit des chemins de déformation brisés (non linéaire). Les premières observations expérimentales de [KLEEMOLA, 1977], [GRONOSTAJSKI, 1984] et plusieurs autres travaux [LAUKONIS et GHOSH, 1978], [GRAF et HOSFORD, 1993 ; 1994], [WU et coll., 1998], ont montré qu'une pré-déformation en rétreint tend à déplacer les DLF vers le haut et vers le domaine de rétreint, alors qu'une pré-déformation en expansion induirait une réduction de la formabilité du matériau en déplaçant ses DLF vers le bas et vers le domaine d'expansion. Ces résultats sont illustrés sur la figure 2.11 par les observations expérimentales d'Arrieux [ARRIEUX, 1990].

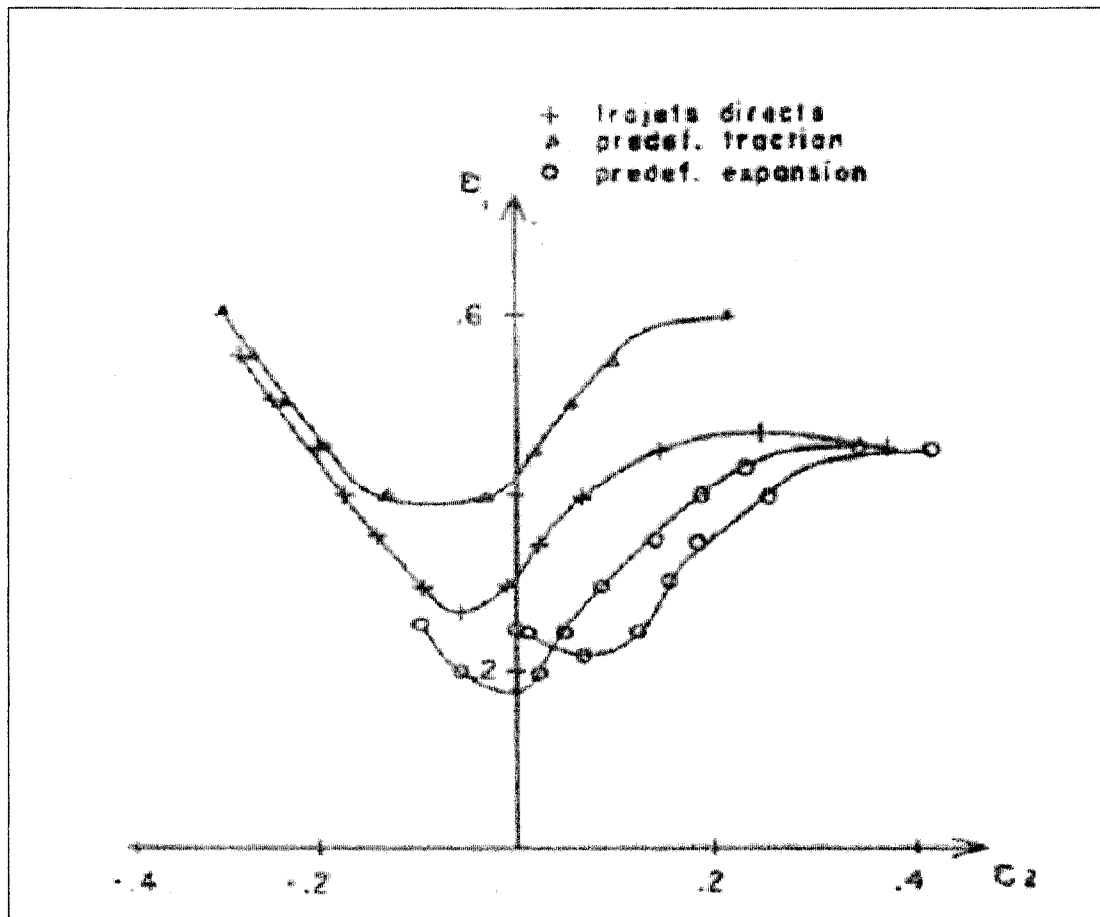


Figure 2.11 : Influence des chemins de déformation sur les DLF

## 2.4 Modélisation du comportement en grandes déformations des tôles

L'étude du comportement des tôles est le plus souvent abordée dans le cadre d'une approche élastoplastique pour la plupart des procédés de mise en forme de tôles. La théorie élastoplastique comporte elle même deux approches différentes décrivant chacune d'elle une échelle physique du comportement : la première est appelée approche phénoménologique (ou macroscopique) et la deuxième est appelée approche microscopique (ou modèle micro-macro). Les deux approches visent à décrire l'évolution de l'état de contrainte et de déformation lors d'une succession de déformations.

### 2.4.1 Approche phénoménologique

L'étude du comportement inélastique des métaux, effectuée dans le cadre de la mécanique des milieux continus, a permis d'établir un fondement mathématique et une

description phénoménologique de la théorie de la plasticité. Il est reconnu que trois étapes sont nécessaires pour cette description : tout d'abord, (1) un critère de plasticité qui définit une surface d'écoulement plastique, ensuite (2) un critère d'écrouissage qui caractérise l'évolution de cette surface au cours du chargement, et finalement (3) une loi constitutive associée qui relie les taux de contrainte aux taux de déformation.

Afin de déterminer l'état de contrainte à partir duquel une déformation irréversible apparaît, il est nécessaire de définir un critère d'écoulement. De nombreux travaux ont été consacrés à la détermination de ce critère pour les matériaux isotropes et anisotropes. Parmi eux nous avons : les travaux de [TRESCA, 1864], [VON MISES, 1913], [HILL, 1948; 1979], [BASSANI, 1977], [GOTOH, 1977], [BUDIANSKY, 1984], [BARLAT et LIAN, 1989], et plus récemment [HILL, 1990; 1993] et [CAZACU et BARLAT, 2003]. Cependant, il reste à définir les lois qui régissent le comportement au delà du seuil de plasticité. La théorie mathématique a été formulée par [HILL, 1950], et depuis, plusieurs lois constitutives ont été développées.

La théorie de la plasticité est établie principalement selon trois types de formulation :

⇒ **La théorie incrémentale** : elle repose sur le postulat de Drucker qui définit le travail réalisé par un matériau écrouissable au cours d'une déformation plastique comme étant positif.

$$d\sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}^p > 0$$

où

$\sigma_{ij}$  : tenseur des contraintes

$\varepsilon_{ij}^p$  : tenseur de déformation plastique

Des modèles à base de cette théorie ont été établis : [HILL, 1950], [PRAGER, 1956], [ZIEGLER, 1959] et [MROZ, 1967].

⇒ **La théorie de la déformation** : elle permet de déterminer la déformation totale en fonction de l'état de contrainte actuel, indépendamment du chemin de chargement.

La théorie de déformation permet de décrire le comportement de matériaux initialement isotropes, incompressibles, et dont la surface de charge peut présenter des singularités. La déformation plastique totale est proportionnelle au déviateur des contraintes  $S_{ij}$  [BUDIANSKY, 1959].

$$\epsilon^p_{ij} = \lambda S_{ij}$$

Souvent cette théorie est utilisée dans le cas d'applications présentant des instabilités plastiques comme le flambage ou la striction [STÖREN et RICE, 1975], [NEEDLEMAN et TVERGAARD, 1977] et [HUTCHINSON et NEALE, 1978].

⇒ **La théorie du  $J_2$  avec coin** : elle est proposée par [CHRISTOFFERSEN et HUTCHINSON, 1979]. Elle est équivalente à la théorie de déformation lorsque le chargement est approximativement radial.

#### 2.4.2 Approche polycristalline

Dans cette approche, la plasticité à grandes déformations est étudiée à partir des phénomènes physiques qui se produisent dans les métaux lorsqu'ils sont déformés. Ces modèles polycristallins permettent de construire des lois de comportement plus fiables, car ils intègrent les mécanismes physiques qui gouvernent la plasticité à l'échelle des grains, ainsi que la texture cristallographique du matériau. Nous allons présenter les principaux modèles polycristallins utilisés dans l'étude des problèmes de mise en forme:

⇒ **Modèle de Sachs [1928]** : suggère que l'on analyse les polycristaux avec l'hypothèse d'une répartition uniforme des contraintes; c'est-à-dire, que la contrainte macroscopique dans l'échantillon est équivalente à la contrainte locale dans chaque grain :  $\sigma_{\text{grain}} = \sigma_{\text{macro}}$ . Les déformations sont obtenues en calculant la moyenne des déformations de chaque des grains :

$$\varepsilon_{\text{macro}} = \sum_{\text{grain}=1}^N \frac{\varepsilon_{\text{grain}}}{N}$$

⇒ Modèle de Taylor [1938] : basé sur l'hypothèse que la déformation dans chaque grain est équivalente à la déformation macroscopique moyenne dans le cristal :  $\varepsilon_{\text{grain}} = \varepsilon_{\text{macro}}$ . Par contre, les contraintes sont obtenues en calculant la moyenne dans chacun des grains :

$$\sigma_{\text{macro}} = \sum_{\text{grain}=1}^N \frac{\sigma_{\text{grain}}}{N}$$

⇒ Modèles autocohérents : basés sur les travaux d'Eshelby [ESHELBY, 1957], cette approche a été formulée par [KRÖNER, 1961], puis par [BUDIANSKY et WU, 1962], ils ont assimilé chaque grain à une inclusion à l'intérieur d'une matrice. [HILL, 1965] a établi une formulation générale de la méthode [HUTCHINSON, 1970], [BERVEILLER et ZAOUI, 1979], [NEMAT-NASSER et OBATA, 1986].

⇒ Modèle de la relaxation des contraintes : suggéré par Honneff et Mecking [HONNEFF et MECKING, 1978] puis développé par Canova [CANOVA et coll., 1984]. Il est basé sur le modèle de Taylor, mais avec une modification qui consiste à prendre en compte les effets de la texture cristallographique.

De récents développements dans la théorie de la plasticité des cristaux ont conduit à la formulation de nouveaux modèles tels que :

⇒ Modèle à un ou plusieurs éléments finis par grain incluant les effets de la forme du grain et des interactions intergranulaires sur l'évolution de la texture dans un monocristal : [MATHUR et coll., 1990], [KALIDINDI et coll., 1992], [SARMA et DAWSON, 1996] et [BEAUDOIN et coll., 2000].

⇒ Modèle du gradient de la déformation plastique : [MINDLIN, 1964], [STELMASHENKO et coll., 1993], [FLECK et HUTCHINSON, 1997], [SHU et BARLOW, 2000] et [ACHARYA et BASSANI, 2000].

⇒ Modèle incluant les contraintes résiduelles dues à la déformation plastique du réseau cristallin : [KUHLMANN-WILSDORF, 1989], [RASHID et NEMAT-NASSER, 1990] et [HORSTEMEYER et MCDOWELL, 1998].

## 2.5 Conclusion

Les diverses applications de l'aluminium et de ses alliages reposent sur une série de propriétés physico-chimiques remarquables, notamment leurs faible densité, des conductibilités thermiques et électriques élevées, une bonne résistance à la corrosion atmosphérique, une très bonne ductilité même à basses températures et d'excellentes aptitudes aux modes de formage.

La striction et la rupture sont les principaux modes de défaillance qui entraînent le rebut systématique des pièces. C'est pourquoi améliorer la prédiction d'apparition de ces défauts lors de la simulation va dans le sens d'une meilleure maîtrise du procédé.

Une analyse de localisation de la déformation en présence d'un défaut d'épaisseur est développée dans ce travail. Cette analyse de type Marciniak-Kuczynski est utilisée afin d'obtenir les diagrammes limites de formage (DLF).

Les diagrammes limites de formage sont sensibles par des différents paramètres : La texture initiale, le coefficient d'écrouissage  $n$ , la sensibilité à la vitesse de déformation  $m$  et les chemins de déformation.

Comme les propriétés mécaniques d'une tôle sont déterminées par sa microstructure et ses propriétés microscopiques, les diagrammes limites de formages basés sur les modèles phénoménologiques demeurent un outil de diagnostic plutôt que de prédiction parce que les

modèles phénoménologiques ne tiennent pas compte de l'effet de la microstructure et de son évolution avec la déformation. La texture cristallographique est la caractéristique primaire de l'évolution de la microstructure dans les tôles. Une analyse des DLF basé sur la plasticité des cristaux est donc primordiale.

Dans ce présent travail, nous avons utilisé deux modèles polycristallins, le premier est le modèle de Taylor et le deuxième modèle est celui avec un où plusieurs éléments par grain.



## CHAPITRE 3

### 3. DÉFORMATION PLASTIQUE DES POLYCRISTAUX

Le modèle polycristallin qu'on utilisera au cours de ce travail est inspiré de la formulation de [ASARO et NEEDLMAN, 1985] et [INAL, WU et NEALE, 2002]. Il tient compte des mécanismes de glissement dans les plans atomiques du réseau cristallin, de l'évolution de la texture cristallographique et de l'anisotropie élastique du monocristal.

#### 3.1 Modèle constitutif monocristallin

La transformation élastoplastique d'un milieu monocristallin est décrite par une déformation et des rotations qui l'accompagnent. Comme déjà évoqué, le phénomène de glissement est le mode principal de déformation dans les métaux. Il existe un deuxième mécanisme qui accompagne ce glissement relatif des plans atomiques et nous avons schématisé les deux étapes de la déformation à la figure 3.1. On notera par  $\mathbf{b}^{(\alpha)}$  la normale au plan de glissement, et  $\mathbf{s}^{(\alpha)}$  la direction de glissement pour un système dans la configuration initiale.

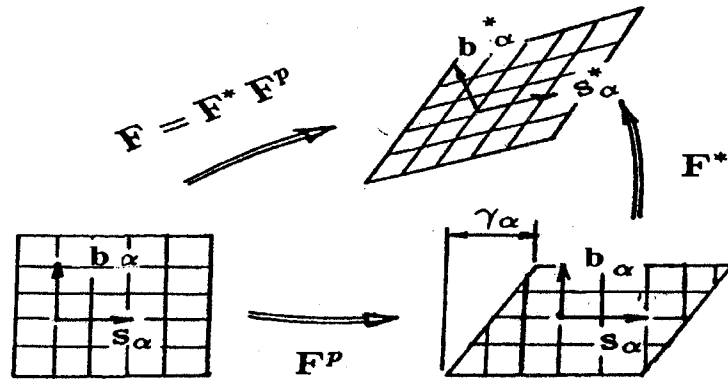


Figure 3.1: Décomposition de la déformation élastoplastique du milieu cristallin

Sous l'influence d'une charge, la matière est d'abord déplacée par un cisaillement  $\gamma^{(\alpha)}$  dans la direction  $s^{(\alpha)}$ , sans que le réseau cristallin ne se déforme. On notera par  $\mathbf{F}^P$  le gradient de cette transformation purement plastique. Ensuite, matière et réseau cristallin sont simultanément déformés selon une transformation élastique de gradient  $\mathbf{F}^*$  qui tourne et distord le réseau.

Le gradient de la déformation totale s'écrit :

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}^* \cdot \mathbf{F}^P \quad (3.1)$$

et le gradient de vitesse de cette transformation :

$$\mathbf{L} = \dot{\mathbf{F}} \mathbf{F}^{-1} = \mathbf{L}^* + \mathbf{L}^P \quad (3.2)$$

avec

$$\mathbf{L}^* = \dot{\mathbf{F}}^* \mathbf{F}^{*-1} \quad , \quad \mathbf{L}^P = \mathbf{F}^* (\dot{\mathbf{F}}^P \mathbf{F}^{P-1}) \mathbf{F}^{*-1} \quad (3.3)$$

Pour qu'un système de glissement s'active, il faut que la contrainte s'exerçant sur ce dernier dépasse la contrainte limite de cisaillement, tel que décrit par la loi de Schmid [SCHMID, 1924]. Considérons un échantillon monocristallin soumis à une force  $F$  en traction simple: seule la composante projetée sur un système de glissement activable peut induire une déformation plastique. D'après les notations de la figure 3.2, La contrainte de cisaillement s'exerçant sur ce système de glissement sera donc:

$$\tau = \frac{F}{S_0} \cos \lambda \cos \mu \quad (3.4)$$

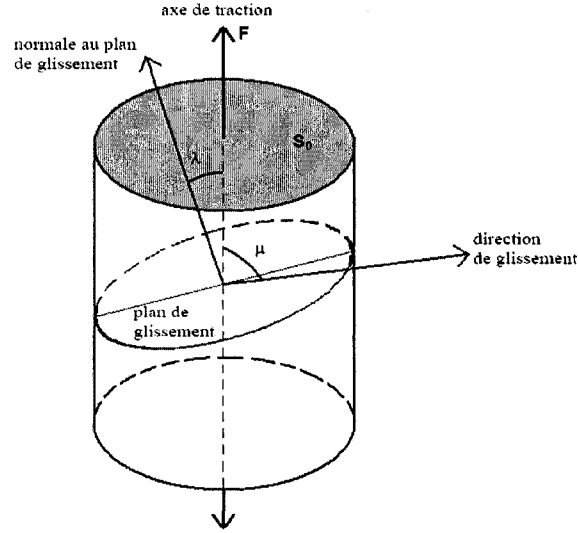


Figure 3. 2 : Schéma illustrant la loi de Schmid

Le terme  $(\cos \lambda \cos \mu)$  est appelé *facteur de Schmid* ( $m$ ) ( $m = \cos \lambda \cos \mu$ ) pour le système de glissement considéré. Il permet de calculer la contrainte macroscopique nécessaire à l'activation d'un système de glissement en fonction de la direction de l'effort appliqué.

D'une manière plus générale, on peut dire que le glissement se produira lorsque la contrainte de cisaillement atteindra une valeur critique telle que :

$$\tau^{(\alpha)} = m_{ij}^{(\alpha)} \sigma_{ij} = \tau_y^{(\alpha)} \quad (3.5)$$

où  $\tau^{(\alpha)}$  est la contrainte de cisaillement résolue s'exerçant sur le système de glissement  $\alpha$ ,  $\sigma_{ij}$  est la contrainte agissant sur le cristal,  $\tau_y^{(\alpha)}$  est la limite d'élasticité du système  $\alpha$  et  $m_{ij}^{(\alpha)}$  est le facteur de Schmid décrit précédemment, qui peut aussi s'écrire sous la forme suivante :

$$m_{ij}^{(\alpha)} = s_i^{(\alpha)} b_j^{(\alpha)} \quad (3.6)$$

où

$s_i^{(\alpha)}$  et  $b_j^{(\alpha)}$  sont les composantes du vecteur de glissement  $s^{(\alpha)}$  et de la normale au plan de glissement  $b^{(\alpha)}$  pour le système de glissement  $\alpha$ .

Lors de la déformation, les vecteurs  $s$  et  $b$  s'allongent et tournent tout en demeurant orthogonaux ; c'est-à-dire

$$s^{*(\alpha)} = F^* \cdot s^{(\alpha)} \quad ; \quad b^{*(\alpha)} = b^{(\alpha)} \cdot F^{*-1} \quad (3.7)$$

En prenant les parties symétriques et antisymétriques des relations (3.2) et (3.3), on peut obtenir les taux de déformation élastique ( $D^*$ ) et plastique ( $D^p$ ), la rotation plastique ( $\Omega^p$ ), ainsi que le rotation élastique ( $\Omega^*$ ) du réseau cristallin.

$$D = D^* + D^p \quad , \quad \Omega = \Omega^* + \Omega^p \quad (3.8)$$

où :

$$D^p = \sum_{\alpha=1}^N \dot{\gamma}^{(\alpha)} \frac{1}{2} (s^{*(\alpha)} \otimes b^{*(\alpha)} + b^{*(\alpha)} \otimes s^{*(\alpha)}) \quad (3.9)$$

$$\Omega^p = \sum_{\alpha=1}^N \dot{\gamma}^{(\alpha)} \frac{1}{2} (s^{*(\alpha)} \otimes b^{*(\alpha)} - b^{*(\alpha)} \otimes s^{*(\alpha)}) \quad (3.10)$$

avec  $\dot{\gamma}^{(\alpha)}$  le taux de glissement du système  $\alpha$ .

En introduisant les tenseurs symétrique et antisymétrique,  $\mathbf{P}^{(\alpha)}$  et  $\mathbf{W}^{(\alpha)}$ , qui dépendent uniquement du système de glissement courant,  $\alpha$ , du cristal simple :

$$\mathbf{P}^{(\alpha)} = \frac{1}{2} ( \mathbf{b}^{*(\alpha)} \otimes \mathbf{s}^{*(\alpha)} + \mathbf{b}^{*(\alpha)} \otimes \mathbf{s}^{*(\alpha)} ) \quad (3.11)$$

$$\mathbf{W}^{(\alpha)} = \frac{1}{2} ( \mathbf{s}^{*(\alpha)} \otimes \mathbf{b}^{*(\alpha)} - \mathbf{b}^{*(\alpha)} \otimes \mathbf{s}^{*(\alpha)} ) \quad (3.12)$$

les tenseurs taux de déformation plastique et de la rotation plastique du réseau cristallin peuvent être écrits comme suit :

$$\mathbf{D}^p = \sum_{\alpha} \mathbf{P}^{(\alpha)} \dot{\gamma}^{(\alpha)} ; \mathbf{\Omega}^p = \sum_{\alpha} \mathbf{W}^{(\alpha)} \dot{\gamma}^{(\alpha)} \quad (3.13)$$

La loi constitutive élastique est spécifiée par :

$$\overset{\nabla}{\tau}^* = \dot{\tau}^* - \mathbf{\Omega}^* \cdot \tau + \tau \cdot \mathbf{\Omega}^* = \mathbf{L} \cdot \mathbf{D}^* \quad (3.14)$$

avec  $\overset{\nabla}{\tau}^*$  le taux de Jaumann de la contrainte de Kirchhoff  $\tau$  basé sur la rotation du réseau, et  $\mathbf{L}$  le tenseur du module d'élasticité.

Cette loi constitutive (3.14), peut être exprimée en fonction du taux de Jaumann  $\overset{\nabla}{\sigma}$  de la contrainte de Cauchy  $\sigma = \det(\mathbf{F})^{-1} \cdot \tau$  [NEALE, 1993]. Pour cela on introduit un tenseur du second ordre  $\mathbf{R}^{(\alpha)}$  pour chacun des systèmes de glissement, tel que :

$$\mathbf{R}^{(\alpha)} = \mathbf{L} \cdot \mathbf{P}^{(\alpha)} + \mathbf{W}^{(\alpha)} \cdot \sigma - \sigma \cdot \mathbf{W}^{(\alpha)} \quad (3.15)$$

L'équation constitutive peut être réécrite comme suit :

$$\overset{\nabla}{\sigma} = \mathbf{L} : \mathbf{D} - \dot{\sigma}^0 - \sigma : \text{tr } \mathbf{D} \quad (3.16)$$

avec  $\dot{\sigma}^0$ , qui représente le taux de contrainte viscoplastique défini par :

$$\dot{\sigma}^0 = \sum_{\alpha} \mathbf{R}^{(\alpha)} : \dot{\gamma}^{(\alpha)} \quad (3.17)$$

La loi constitutive (3.15) est complétée par la spécification de la relation entre les  $\dot{\gamma}^{(\alpha)}$  et l'état de contrainte courant comme suit :

$$\dot{\gamma}^{(\alpha)} = \dot{\gamma}_{(0)} \text{sgn} \tau^{(\alpha)} \left| \frac{\tau^{(\alpha)}}{g^{(\alpha)}} \right|^{\frac{1}{m}} \quad (3.18)$$

où

$\dot{\gamma}_{(0)}$  est un taux de glissement de référence, et  $g^{(\alpha)}$  caractérise la résistance d'un système de glissement en fonction des  $\gamma^{(\alpha)}$ . La constante  $m$  est le coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation. La contrainte de cisaillement résolue est liée à la contrainte de Cauchy par la relation :

$$\tau^{(\alpha)} = \mathbf{P}^{(\alpha)} : \sigma \quad (3.19)$$

Pour un glissement multiple, l'évolution de durcissement du système de glissement est donnée par :

$$\dot{g}^{(\alpha)} = \sum_{\beta} h_{(\alpha\beta)} | \dot{\gamma}^{(\beta)} | \quad (3.20)$$

avec  $h_{(\alpha\beta)}$  représentant la matrice des modules de durcissement du système de glissement.

Les éléments diagonaux de  $h_{(\alpha\beta)}$  représentent le durcissement propre sur le système de glissement, alors que les éléments non diagonaux représentent le durcissement couplé c'est-à-dire « latent » entre les systèmes de glissement.

avec

$$h_{(\alpha\beta)} = q_{(\alpha\beta)} h_{(\beta)} \quad (3.21)$$

où  $h_{(\beta)}$  est le taux du durcissement par glissement simple, et  $q_{(\alpha\beta)}$  est la matrice décrivant le comportement de durcissement latent de la cristallite. Pour les cristaux CFC avec 12 systèmes de glissement, nous prenons  $q_{(\alpha\beta)}$ , comme définie par Asaro et Needleman [ASARO et NEEDLEMAN, 1985] :

$$q_{(\alpha\beta)} = \begin{bmatrix} A & qA & qA & qA \\ qA & A & qA & qA \\ qA & qA & A & qA \\ qA & qA & qA & A \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

où

$q$  définit la proportion entre le taux de durcissement latent et le taux d'autodurcissement

$A$  est une matrice de  $3 \times 3$  dont toutes les valeurs sont égales à 1

### 3.1.1 Lois de durcissement par glissement simple

L'une des lois de durcissement souvent utilisée pour le glissement est la loi de puissance:

$$h_{(\beta)} = h_0 \left( \frac{h_0 \gamma_a}{\tau_0 n} + 1 \right)^{n-1} \quad (3.23)$$

où

$h_0$  est le taux de durcissement initial du système, considérée égale pour tous les systèmes ;

$n$  est le coefficient de durcissement ;

$\tau_0$  est la contrainte critique de cisaillement résolue ;

$\gamma_a$  est le glissement accumulé.

Basé sur des mesures de l'écrouissage des monocristaux d'alliages d'aluminium qui ont été réalisées par Chang et Asaro [CHANG et ASARO, 1981], le taux de durcissement par glissement simple qui a été utilisé par Asaro et ses collègues (voir [HARREN et coll., 1989]) est donné par la formule suivante:

$$h_\beta = h_s + (h_0 - h_s) \operatorname{sech}^2 \left\{ \left( \frac{h_0 - h_s}{\tau_s - \tau_0} \right) \gamma_a \right\} \quad (3.24)$$

où  $h_0$  et  $h_s$  sont, respectivement, les taux de durcissement initial et asymptotique du système.

Si  $h_0 = 0$ , alors  $\tau_s$  représente la valeur de saturation de la contrainte de cisaillement.

Dans l'équation (3.16), la formule simple de  $h_{\alpha\beta}$  comprend une relation limitée entre les systèmes de glissement pour les composants non-diagonaux qui sont mis à l'échelle par le paramètre de durcissement latent  $q$ , avec les composants diagonaux correspondants. Lorsque l'on considère les relations en fonction des observations expérimentales sur des monocristaux comprenant la dépendance d'orientation du durcissement, le degré de durcissement latent présenté dans l'équation (3.16) semble être trop élevé.

Bassani et Wu [BASSANI et WU, 1991] ont proposé une forme multiplicative particulière dans laquelle chaque composant diagonal est le produit d'un terme  $h$  relatif à l'auto-écrouissage et  $G$  qui introduit l'effet de durcissement latent:



$$h_{(\alpha\alpha)} = h(\gamma_{(\alpha)}) G \quad (\text{sans sommation par rapport à } \alpha) \quad (3.25)$$

$$h_{(\alpha\beta)} = q h_{(\alpha\alpha)}, \quad \alpha \neq \beta \quad (\text{sans sommation par rapport à } \alpha) \quad (3.26)$$

avec :

$$G = 1 + \sum_{\beta \neq \alpha} f_{\alpha\beta} \tanh\left(\frac{\gamma^{(\beta)}}{\gamma_0}\right) \quad (3.27)$$

où  $\gamma_0$  représente la quantité de glissement sur le système secondaire à partir de laquelle l'effet du durcissement latent tend rapidement vers un maximum et  $f_{\alpha\beta}$  représente la force de l'interaction.

Une formule simple pour l'auto-écrouissage  $h(\gamma_{(\alpha)})$  est donnée par la formule suivante [BASSANI et WU, 1991] :

$$h(\gamma_{(\alpha)}) = h_s + (h_0 - h_s) \operatorname{sech}^2 \left\{ \left( \frac{h_0 - h_s}{\tau_I - \tau_0} \right) \gamma_{\alpha} \right\} \quad (3.28)$$

où  $\tau_0$  est la contrainte critique de cisaillement résolu initial,  $\tau_I$  est la contrainte de stade I et  $h_0$  est le taux de durcissement initial.

On suppose que  $h_s$  dépend du glissement total accumulé  $\gamma_a$  sur tous les systèmes de glissement [Bassani, 1994].

Alors :

$$h_s = h_s^I + (h_s^{III} - h_s^I) \tanh\left(\frac{\gamma_a}{\gamma_0^{III}}\right) \quad (3.29)$$

où

$h_s^I$  et  $h_s^{III}$  sont les taux de durcissement pendant le stade I et le stade III, respectivement.

$\gamma_0^{\text{III}}$  est le glissement accumulé au début du stade III.

### 3.2 Équations fondamentales

Dans cette partie nous présentons brièvement les principes mathématiques de base permettant de résoudre un problème de mécanique de milieux continus pour de grandes déformations [HUTCHINSON, 1973], [NEALE, 1981].

Nous commençons par une brève cinématique qui permet de décrire le mouvement des particules de matière dans un solide indéformable. La cinématique de Lagrange qui convient particulièrement à la mise en forme, fournit l'expression du tenseur taux de déformation lagrangien, défini en composantes comme suit :

$$\dot{\eta}_{ij} = \frac{1}{2} (\dot{u}_{i,j} + \dot{u}_{j,i} + \dot{u}_{k,i} u_{k,j} + u_{k,i} \dot{u}_{k,j}) \quad (3.30)$$

où  $u_i$  est le vecteur déplacement dans la configuration non-déformée. Une virgule signifie la dérivée covariante dans la configuration non-déformée.

#### 3.2.1 Tenseurs des contraintes

La notion de tenseur est utilisée pour comprendre et expliciter les causes des déformations, c'est-à-dire, les contraintes. Les tenseurs de contraintes de Kirchhoff et de Cauchy suffisent à développer les équations constitutives de plasticité. En utilisant le principe d'objectivité, nous pouvons établir les relations entre les taux de Jaumann des contraintes de Kirchhoff et Cauchy :

$$\dot{\tau}^{ij} = \frac{\rho_0}{\rho} \dot{\sigma}^{ij} + \tau^{ij} D^k_k \quad (3.31)$$

$$\overset{\nabla}{\tau}^{ij} = \frac{\rho_0}{\rho} \overset{\nabla}{\sigma}^{ij} + \tau^{ij} D^k_k$$

$\dot{\tau}^{ij}$  est la dérivée convective des composantes du tenseur des contraintes de Kirchhoff, avec  $\rho_0$  la densité du matériau à l'état initial et  $\rho$ , celle à l'état courant.

### 3.3.2 Équations d'équilibre et principe des travaux virtuels

En mécanique, la condition d'équilibre notée en termes des contraintes de Kirchhoff, s'écrit sous la forme :

$$[\tau^{ij} + \tau^{kj} u^i_{,k}]_{,j} + f^i = 0 \quad (3.32)$$

où  $f^i$  représente les composantes des forces volumiques dans la configuration non déformée.

La modélisation de la déformation plastique des métaux repose sur des lois constitutives incrémentales, l'équilibre doit être respecté pour chaque incrément de la déformation. Les taux de contraintes de Kirchhoff devront satisfaire l'équation :

$$[\dot{\tau}^{ij} + \dot{\tau}^{kj} u^i_{,k} + \tau^{kj} \dot{u}^i_{,k}]_{,j} + \dot{f}^i = 0 \quad (3.33)$$

avec les conditions aux frontières :

$$[\dot{\tau}^{ij} + \dot{\tau}^{kj} u^i_{,k} + \tau^{kj} \dot{u}^i_{,k}] n_j = \dot{T}^i \quad (3.34)$$

où  $n_j$  représentent les normales unitaires associées à chaque surface. Les  $T^i$  représentent les composantes du vecteur nominal de traction.

La modélisation du comportement des matériaux élastoplastiques par la méthode des éléments finis est souvent basée sur la formulation variationnelle. En effet, une autre façon d'exprimer l'équilibre d'un solide déformable est d'appliquer le principe des travaux virtuels.

d'exprimer l'équilibre d'un solide déformable est d'appliquer le principe des travaux virtuels. Ce principe assure que le travail virtuel total des forces externes  $\delta W^e$  est égal au travail virtuel des contraintes internes  $\delta W^i$  ; c'est-à-dire,

$$\delta W^e = \delta W^i \quad (3.35)$$

En l'absence des forces volumiques, la forme incrémentale de l'équation des travaux virtuels devient :

$$\int_V [\dot{\tau}^{ij} \delta \eta_{ij} + \tau^{kj} \dot{u}^i_{,k} \delta u_{i,j}] dV = \int_S \dot{T}^i \delta u_i dS \quad (3.36)$$

Le principe des travaux virtuels, tel qu'énoncé à l'équation (3.36), permettra de satisfaire l'équilibre d'un corps lors de la modélisation numérique de son mouvement. Cependant, lorsque les incréments de déplacement  $\delta u_i$  imposés sont trop grands, la solution du problème peut diverger. Pour remédier à ce problème, [LAHOUD et coll., 1986], entre autres, ont utilisé une modification de ce principe variationnel consistant à ajouter des termes autocorrecteurs agissant sur les termes de droite. Ce nouveau principe s'écrit :

$$\int_V [\dot{\tau}^{ij} \delta \eta_{ij} + \tau^{kj} \dot{u}^i_{,k} \delta u_{i,j}] dV = \int_S \dot{T}^i \delta u_i dS + \left[ \int_S T^i \delta u_i dS - \int_V \tau^{ij} \delta \eta_{ij} dV \right] \quad (3.37)$$

### 3.3 Principaux modèles polycristallins

Dans cette section, nous allons présenter les deux principaux modèles polycristallins utilisés dans cette étude.

### 3.3.1 Modèle constitutif polycristallin de type Taylor

Le modèle de Taylor, basé au départ sur des observations expérimentales, repose sur les hypothèses suivantes :

- a) La déformation dans chaque grain est égale à la déformation macroscopique à l'échelle du polycristal.

$$\varepsilon_{\text{grain}} = \varepsilon_{\text{macro}}$$

- b) La contrainte agissant sur un polycristal est égale à la moyenne des contraintes agissant sur tous les grains de ce polycristal.

$$\sigma_{\text{macro}} = \sum_{\text{grain}=1}^N \frac{\sigma_{\text{grain}}}{N}$$

Dans cette formulation, chaque point du matériau est considéré comme un agrégat d'un certain nombre de grains. Les valeurs macroscopiques telles que les contraintes, les taux de déformation et le module élastique peuvent donc être évaluées comme leur moyenne sur le nombre total de grains à chaque point du matériau.

### 3.3.2 Modèle à un ou plusieurs éléments finis par grain

Dans ce modèle, un polycristal est considéré comme un tout continu où la compatibilité et l'équilibre entre les grains individuels sont automatiquement satisfaits. En utilisant un ou plusieurs éléments finis pour représenter chaque grain, cette approche permet d'inclure l'effet de la forme des grains sur l'évolution de la texture. Ces calculs par éléments finis fournissent une analyse détaillée du comportement de chacun des grains lors de la déformation plastique, permettant ainsi de mieux connaître les mécanismes contribuant à la déformation du polycristal.

## CHAPITRE 4

### 4. MODÉLISATION PAR LA MÉTHODE DES ÉLÉMENTS FINIS

Dans le but de modéliser le comportement bidimensionnel des tôles minces d'aluminium, nous avons utilisé un programme numérique dont la résolution est faite à l'aide de la méthode des éléments finis (MEF).

#### 4.1 Formulation par la MEF

Dans le domaine de la mécanique des solides, la méthode des éléments finis est l'une des méthodes les plus utilisées pour résoudre des problèmes aux états limites. Les problèmes élastoplastiques sont non linéaires et la solution numérique de ces problèmes est invariablement obtenue par une linéarisation sur des intervalles suffisamment petits. Pour cela, les méthodes de solution des problèmes élastoplastiques sont nécessairement de nature incrémentale. On obtient alors un système d'équations linéaires de la forme :

$$[K] \{ \dot{U} \} = \{ \dot{F} \} \quad (4.1)$$

avec :

$[K]$  la matrice de rigidité globale,

$\{ \dot{U} \}$  le vecteur taux de déplacement aux nœuds, et

$\{ \dot{F} \}$  le vecteur taux de charge appliquée aux nœuds.

Nous utilisons en premier lieu un élément 2-D de type quadrilatère à quatre nœuds ayant deux degrés de liberté par nœud  $u, v$ . Par convention, les nœuds sont numérotés dans le sens trigonométrique (Fig. 4.1).

Le déplacement à l'intérieur de l'élément est obtenu à l'aide des fonctions d'interpolation  $N_i$  et du déplacement à chacun des nœuds de sorte que :

$$u = \sum_{i=1}^4 N_i \hat{u}_i, \quad v = \sum_{i=1}^4 N_i \hat{v}_i \quad (4.2)$$

où  $\hat{u}_i$  et  $\hat{v}_i$  sont les déplacements nodaux.

Les fonctions d'interpolation  $N_i$  sont choisis comme suit :

$$N_1 = \frac{1}{4} (1 - \zeta) (1 - \eta) \quad N_3 = \frac{1}{4} (1 + \zeta) (1 + \eta) \quad (4.3)$$

$$N_2 = \frac{1}{4} (1 + \zeta) (1 - \eta) \quad N_4 = \frac{1}{4} (1 - \zeta) (1 - \eta)$$

où  $\zeta, \eta$  sont les coordonnées de l'espace de référence.

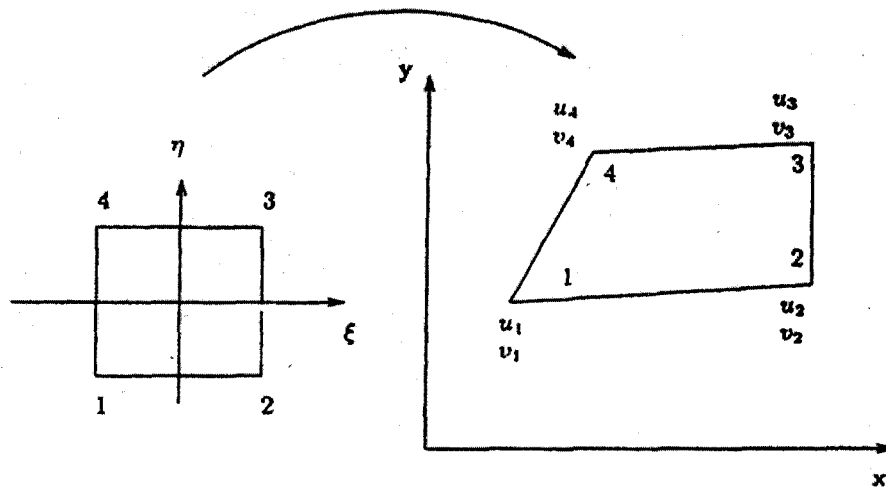


Figure 4. 1 : Élément quadrilatéral de référence

Nous pouvons écrire les expressions (4.2) sous la forme matricielle comme :

$$u = \begin{bmatrix} N_1 & N_2 & N_3 & N_4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{u}_1 \\ \hat{u}_2 \\ \hat{u}_3 \\ \hat{u}_4 \end{Bmatrix} ; \quad v = \begin{bmatrix} N_1 & N_2 & N_3 & N_4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{v}_1 \\ \hat{v}_2 \\ \hat{v}_3 \\ \hat{v}_4 \end{Bmatrix} \quad (4.4)$$

b- Tenseur de déformation de Lagrange

Les composantes du tenseur des taux de déformations lagrangiennes sont données par (3-25). Alors, nous avons :

$$\begin{aligned} \dot{\eta}_{11} &= \dot{u}_{,1}(1+u_{,1}) + \dot{v}_{,1} v_{,1} \\ \dot{\eta}_{22} &= \dot{v}_{,2}(1+v_{,2}) + \dot{u}_{,2} u_{,2} \\ \dot{\eta}_{33} &= -\frac{L^{1133}}{L^{3333}} \dot{\eta}_{11} - \frac{L^{2233}}{L^{3333}} \dot{\eta}_{22} - 2 \frac{L^{3312}}{L^{3333}} \dot{\eta}_{12} \\ \dot{\eta}_{12} &= \frac{1}{2} [\dot{u}_{,1} u_{,2} + \dot{u}_{,2}(1+u_{,1}) + \dot{v}_{,1}(1+v_{,2}) + \dot{v}_{,2} v_{,1}] \end{aligned} \quad (4.5)$$

où la virgule correspond à la dérivée partielle.



Nous pouvons écrire les expressions (4.5) sous une forme matricielle comme suit :

$$\begin{Bmatrix} \dot{\eta}_{11} \\ \dot{\eta}_{22} \\ 2\dot{\eta}_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} (1+u_{,1}) & 0 & v_{,1} & 0 \\ 0 & u_{,2} & 0 & (1+v_{,2}) \\ u_{,2} & (1+u_{,1}) & (1+v_{,2}) & v_{,1} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_{,1} \\ \dot{u}_{,2} \\ \dot{v}_{,1} \\ \dot{v}_{,2} \end{Bmatrix} \quad (4.6)$$

Mais puisque

$$\begin{Bmatrix} \dot{u}_{,1} \\ \dot{u}_{,2} \\ \dot{v}_{,1} \\ \dot{v}_{,2} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} N_{1,1} & 0 & N_{2,1} & 0 & N_{3,1} & 0 & N_{4,1} & 0 \\ N_{1,2} & 0 & N_{2,2} & 0 & N_{3,2} & 0 & N_{4,2} & 0 \\ 0 & N_{1,1} & 0 & N_{2,1} & 0 & N_{3,1} & 0 & N_{4,1} \\ 0 & N_{1,2} & 0 & N_{2,2} & 0 & N_{3,2} & 0 & N_{4,2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{v}_1 \\ \dot{u}_2 \\ \dot{v}_2 \\ \dot{u}_3 \\ \dot{v}_3 \\ \dot{u}_4 \\ \dot{v}_4 \end{Bmatrix}$$

l'équation (4.6) devient :

$$\begin{Bmatrix} \dot{\eta}_{11} \\ \dot{\eta}_{22} \\ 2\dot{\eta}_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} (1+u_{,1}) & 0 & v_{,1} & 0 \\ 0 & u_{,2} & 0 & (1+v_{,2}) \\ u_{,2} & (1+u_{,1}) & (1+v_{,2}) & v_{,1} \end{bmatrix} \times$$

$$\begin{bmatrix} N_{1,1} & 0 & N_{2,1} & 0 & N_{3,1} & 0 & N_{4,1} & 0 \\ N_{1,2} & 0 & N_{2,2} & 0 & N_{3,2} & 0 & N_{4,2} & 0 \\ 0 & N_{1,1} & 0 & N_{2,1} & 0 & N_{3,1} & 0 & N_{4,1} \\ 0 & N_{1,2} & 0 & N_{2,2} & 0 & N_{3,2} & 0 & N_{4,2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{u}_1 \\ \hat{v}_1 \\ \hat{u}_2 \\ \hat{v}_2 \\ \hat{u}_3 \\ \hat{v}_3 \\ \hat{u}_4 \\ \hat{v}_4 \end{Bmatrix} \quad (4.7)$$

Finalement, nous pouvons écrire :

$$\left\{ \begin{array}{c} \dot{\eta}_{11} \\ \dot{\eta}_{22} \\ 2\dot{\eta}_{12} \end{array} \right\} = [B] \left\{ \begin{array}{c} \dot{u}_1 \\ \dot{v}_1 \\ \dot{u}_2 \\ \dot{v}_2 \\ \dot{u}_3 \\ \dot{v}_3 \\ \dot{u}_4 \\ \dot{v}_4 \end{array} \right\} \quad (4.8)$$

où :

$$[B] = \begin{bmatrix} (1+u_{,1}) & 0 & v_{,1} & 0 \\ 0 & u_{,2} & 0 & (1+v_{,2}) \\ u_{,2} & (1+u_{,1}) & (1+v_{,2}) & v_{,1} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} N_{1,1} & 0 & N_{2,1} & 0 & N_{3,1} & 0 & N_{4,1} & 0 \\ N_{1,2} & 0 & N_{2,2} & 0 & N_{3,2} & 0 & N_{4,2} & 0 \\ 0 & N_{1,1} & 0 & N_{2,1} & 0 & N_{3,1} & 0 & N_{4,1} \\ 0 & N_{1,2} & 0 & N_{2,2} & 0 & N_{3,2} & 0 & N_{4,2} \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

Si l'on prend le côté gauche de l'équation (3-37), nous avons :

$$\int_V [\dot{\tau}^{ij} \delta \eta_{ij} + \tau^{kj} \dot{u}^i_{,k} \delta u_{i,j}] dV \quad (4.10)$$

En utilisant :

$$\begin{Bmatrix} \bullet^{11} \\ \tau \\ \bullet^{22} \\ \tau \\ \bullet^{12} \\ \tau \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} L^{11} & L^{12} & L^{13} \\ L^{21} & L^{22} & L^{23} \\ L^{31} & L^{32} & L^{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bullet^{11} \\ \eta \\ \bullet^{22} \\ \eta \\ \bullet^{12} \\ 2\eta \end{Bmatrix} \quad (4.11)$$

où :

$$L^{11} = \bar{L}^{1111} - \frac{(\bar{L}^{1133})^2}{\bar{L}^{3333}}$$

$$L^{12} = \bar{L}^{1122} - \frac{\bar{L}^{1133} \bar{L}^{2233}}{\bar{L}^{3333}} = L^{21}$$

$$L^{22} = \bar{L}^{2222} - \frac{(\bar{L}^{2233})^2}{\bar{L}^{3333}}$$

(4.12)

$$L^{13} = \bar{L}^{1112} - \frac{\bar{L}^{1133} \bar{L}^{3312}}{\bar{L}^{3333}} = L^{31}$$

$$L^{33} = \bar{L}^{1212} - \frac{(\bar{L}^{1233})^2}{\bar{L}^{3333}}$$

$$L^{23} = \bar{L}^{2212} - \frac{\bar{L}^{2233} \bar{L}^{3312}}{\bar{L}^{3333}} = L^{32}$$

la première partie de l'équation (4.10) peut s'écrire sous la forme matricielle :

$$\dot{\tau}^{ij} \delta \eta_{ij} = \{\delta U\}^T [B]^T [L][B] \left\{ \dot{U} \right\} \quad (4.13)$$

ainsi que la deuxième partie de l'équation (4.10) comme suit:

$$\tau^{kj} \dot{u}_{i,j} \delta u_{i,j} = \{\delta U\}^T [N]^T [C][N] \left\{ \dot{U} \right\} \quad (4.14)$$

avec les relations:

$$[C] = \begin{bmatrix} \tau^{11} & \tau^{12} & 0 & 0 \\ \tau^{21} & \tau^{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \tau^{11} & \tau^{12} \\ 0 & 0 & \tau^{21} & \tau^{22} \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

$$[N] = \begin{bmatrix} N_{1,1} & 0 & N_{2,1} & 0 & N_{3,1} & 0 & N_{4,1} & 0 \\ N_{1,2} & 0 & N_{2,2} & 0 & N_{3,2} & 0 & N_{4,2} & 0 \\ 0 & N_{1,1} & 0 & N_{2,1} & 0 & N_{3,1} & 0 & N_{4,1} \\ 0 & N_{1,2} & 0 & N_{2,2} & 0 & N_{3,2} & 0 & N_{4,2} \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

$$\begin{Bmatrix} \delta u_{,1}^1 \\ \delta u_{,2}^1 \\ \delta u_{,1}^2 \\ \delta u_{,2}^2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} N_{1,1} & 0 & N_{2,1} & 0 & N_{3,1} & 0 & N_{4,1} & 0 \\ N_{1,2} & 0 & N_{2,2} & 0 & N_{3,2} & 0 & N_{4,2} & 0 \\ 0 & N_{1,1} & 0 & N_{2,1} & 0 & N_{3,1} & 0 & N_{4,1} \\ 0 & N_{1,2} & 0 & N_{2,2} & 0 & N_{3,2} & 0 & N_{4,2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta u_1 \\ \delta v_1 \\ \delta u_2 \\ \delta v_2 \\ \delta u_3 \\ \delta v_3 \\ \delta u_4 \\ \delta v_4 \end{Bmatrix} \quad (4.17)$$

De la même manière, le côté droit de l'équation (3.37) peut s'écrire:

$$\int_S \dot{T}^i \delta u_i ds + \left[ \int_S T^i \delta u_i ds - \int_V \tau^{ij} \delta \eta_{ij} dv \right] = \delta U^T \dot{T} + \delta U^T (T - B^T \tau) \quad (4.18)$$

Finalement, nous pouvons donc écrire:

$$\delta U^T \left[ \int_V B^T L B dv + \int_V N^T C N dv \right] \dot{U} = \delta U^T \int_S \dot{T} ds - \delta U^T \left[ \int_S T ds - \int_V B^T \tau dv \right] \quad (4.19)$$

Puisque les  $\delta U^T$  sont arbitraires, l'équation (4.19) nous donne le système :

$$[K] \left\{ \dot{U} \right\} = \left\{ \dot{F} \right\} \quad (4.20)$$

où

$$K = \int_V (B^T L B + N^T C N) dv \quad (4.21)$$

$$\dot{F} = \int_S \dot{T} ds - \left[ \int_S T ds - \int_V B^T \tau dv \right]$$

La matrice de rigidité globale  $K$  est stockée en mémoire sous forme réduite par la méthode dite de « la ligne de ciel ».

## 4.2 Calcul parallèle

L'implémentation des lois constitutives basées sur la plasticité des cristaux exige une puissance informatique et un espace mémoire, afin de pouvoir suivre un nombre énorme de variables internes prétendues au niveau microscopique. Les calculs séquentiels classiques basés sur des postes de travail, même sur des superordinateurs vectoriels, sont généralement

incapables d'assurer la puissance de calcul nécessaire pour ces applications. Cependant, avec l'arrivée des ordinateurs à haute vitesse et des techniques massives de parallélisation, une telle exigence est satisfaite plus facilement en utilisant le traitement parallèle.

Les ordinateurs parallèles exécutent leurs calculs par différentes tâches informatiques sur le nombre de processeurs. Les processeurs dans un ordinateur parallèle échangent généralement l'information pendant l'exécution du code parallèle. Cet échange d'information se produit l'un ou l'autre sous forme de messages explicites envoyés par un processeur à l'autre, ou par différents processeurs parallèles partageant une ressource commune indiquée de mémoire dans l'ordinateur parallèle.

Dans notre travail, nous avons utilisé un ordinateur parallèle (IBM SP3 et Mammouth-parallèle) à l'Université de Sherbrooke pour nos calculs, les algorithmes parallèles appropriés sont développés en utilisant les expériences acquises des années récentes dans ce domaine, [INAL, 2001], [INAL et coll., 2002], [INAL et coll., 2003].

Mammouth-parallèle, est composée de 576 serveurs Dell PowerEdge SC1425 équipés de deux processeurs 64-bit Intel Xeon à 3,6 GHz. Elle est capable d'effectuer un calcul soutenu de 6,888 téraflops, soit 6888 milliards d'opérations mathématiques par seconde, la classant ainsi au 1er rang canadien et au 40e rang mondial selon la liste TOP500 (Fig. 4.2).

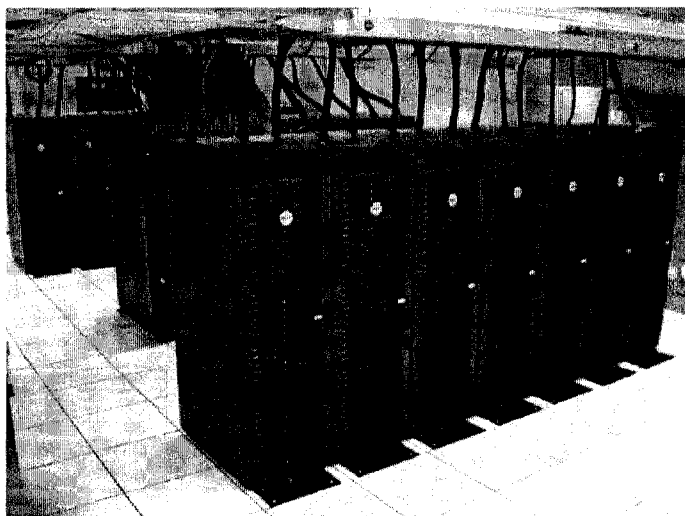


Figure 4.2 : Mammouth-parallèle

## CHAPITRE 5

### 5. APPLICATION AUX ALLIAGES D'ALUMINIUM AA5754 ET AA6063

#### 5.1 Introduction

Un des défauts qui peut apparaître dans la mise en forme des produits minces est la striction. Le concept des diagrammes des limites de formage (DLF), introduit par Keeler en 1961 [KEELER, 1961], définit un intervalle dans lequel le matériau est susceptible de se déformer sans endommagement. Ces diagrammes sont devenus par la suite un outil standard de caractérisation pour la formabilité des matériaux.

Le développement de la striction localisée pendant le formage des tôles métalliques a conduit à de nombreuses études ayant pour objectif de déterminer les déformations limites définissant le succès des procédés de mise en forme. Ce travail s'appuie sur la simulation des DLF à partir d'une approche de localisation de la déformation plastique en présence d'un défaut d'épaisseur dans la tôle (le modèle de Marciniak-Kuczynski). Ce modèle est l'un des plus utilisés pour déterminer les DLF. Le point de départ est l'hypothèse de la présence d'un défaut géométrique dans le matériau, représenté par une zone de sous-épaisseur par rapport au reste du matériau supposé être sous la forme d'une plaque. Il est supposé, en plus, que le matériau est soumis à un état de contraintes planes.

Les DLF sont simulés afin de prédire la formabilité des tôles (ou tubes) métalliques soumis à différents états de contraintes. La figure 5.1 montre la convention utilisée pour ces diagrammes. Ces derniers sont tracés dans un repère  $(\epsilon_{11}, \epsilon_{22})$  des directions principales de déformations,  $\epsilon_{11}$  étant par convention la plus grande de ces deux déformations. Les DLF donnent les déformations maximales que la tôle (ou tube) peut subir avant l'apparition d'une striction.



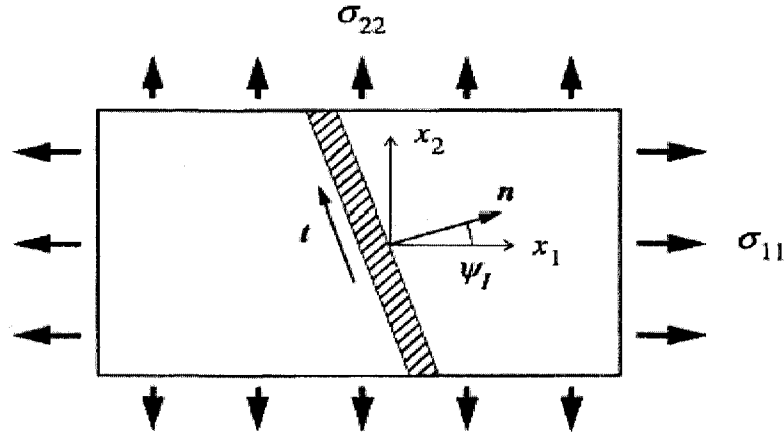


Figure 5.1 : Convention utilisée pour les diagrammes limites de formage

## 5.2 Simulations numériques des DLF pour les deux alliages d'aluminium

Dans ce projet de recherche, deux alliages d'aluminium (AA5754 et AA6063) ont été choisis comme alliages de référence pour de future comparaison avec les alliages de magnésium. Le travail inclus des simulations des diagrammes conventionnels et d'hydroformage pour les deux alliages de référence.

La striction d'une tôle est amorcée à partir d'une imperfection initiale représentée en bande étroite, avec les déformations intérieures et extérieures de la bande étant homogènes. Ainsi, le modèle polycristallin doit être appliqué pour deux agrégats polycristallins, un à l'intérieur et l'autre à l'extérieur de la bande. Chaque grain est modélisé comme un cristal de CFC avec 12 systèmes de glissement distincts. La réponse des polycristaux est basée sur le modèle de Asaro et Needleman [ASARO et NEEDLEMAN, 1985] d'un polycristal élasto-viscoplastique de type TAYLOR.

Les textures initiales utilisées dans les analyses numériques de ces deux alliages d'aluminium AA5754 et AA6063 sont composées de 1000 grains, comme montré par le schéma 5.2 a-b des figures de pôle. Les paramètres matériels utilisés dans nos analyses sont présentés dans le tableau 5.1 et ont été estimés par des simulations numériques d'ajustement de la courbe de traction uniaxiale aux données expérimentales correspondantes (Fig. 5.3 a-b).

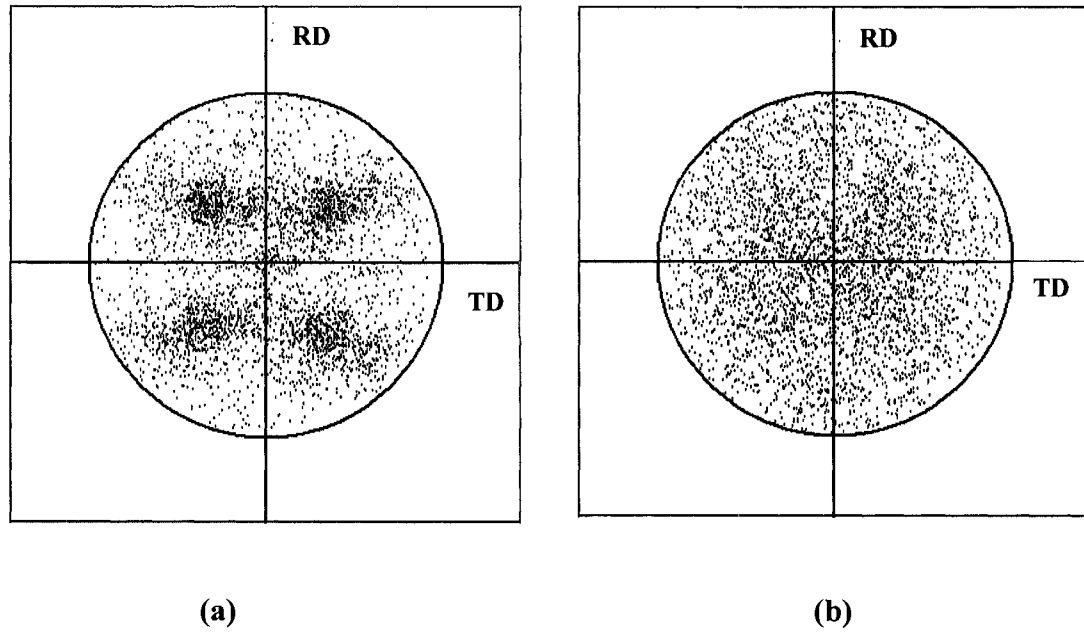


Figure 5. 2 : Texture initiale représenté pour la figure de pôle stéréographique  $\{111\}$  pour (a) AA6063 et (b) AA5754

TABLEAU 5.1: PARAMÈTRES MATÉRIELS UTILISÉS LORS DES SIMULATIONS POUR AA6063 ET AA5754

Paramètre	AA6063	AA5754
$\tau_0$ MPa	30	18.2
$h_0/\tau_0$	29	220
$n$	0.274	0.284
$q$	1.0	1.0
$\dot{\gamma}_0$	$10^{-3}$	$10^{-3}$
$m$	0.002	0.002

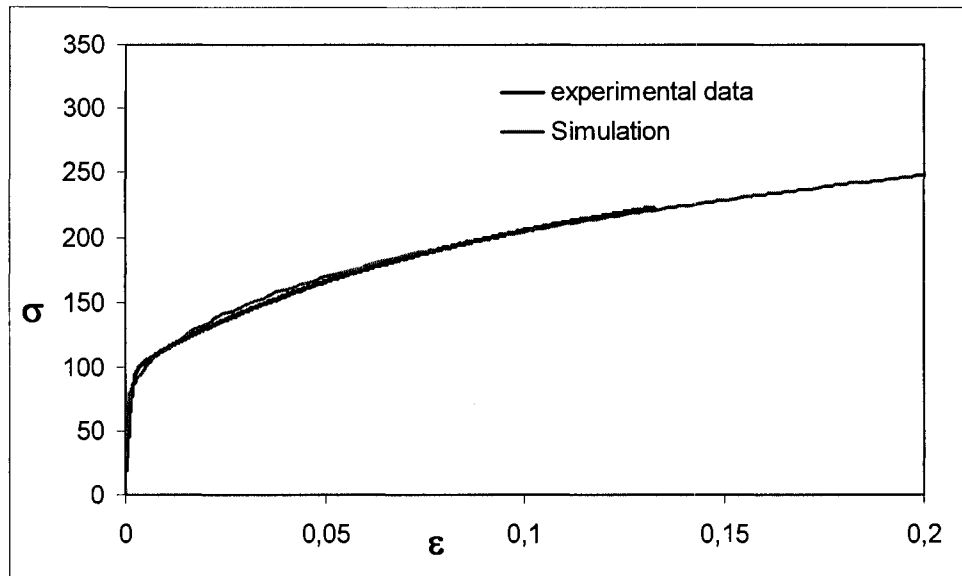


Figure 5.3 (a) : La courbe contrainte-déformation expérimentale et numérique pour AA6063

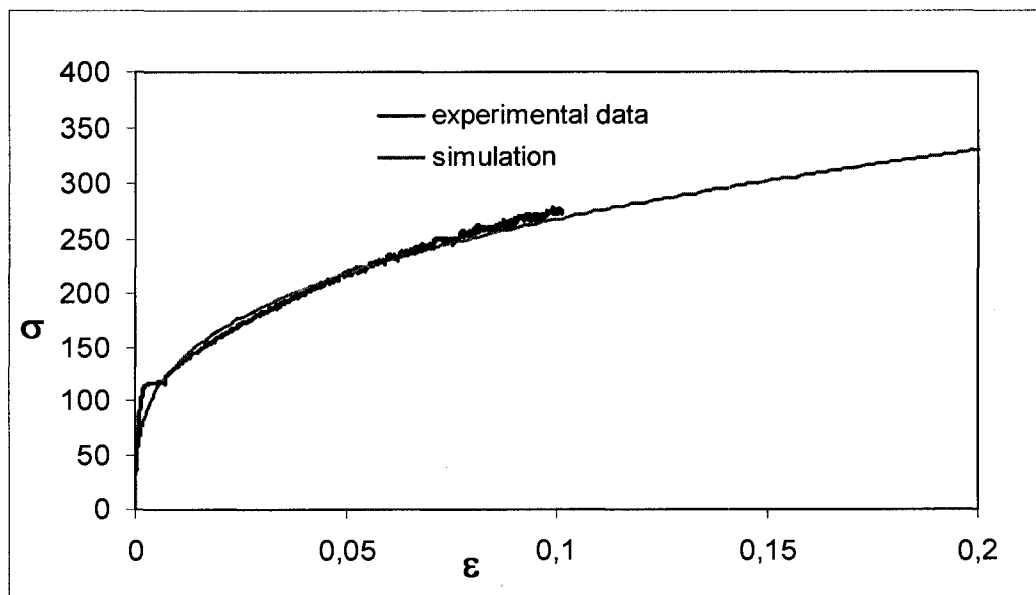


Figure 5.3 (b) : La courbe contrainte-déformation expérimentale et numérique pour AA5754

### 5.2.1 Diagrammes limites conventionnels

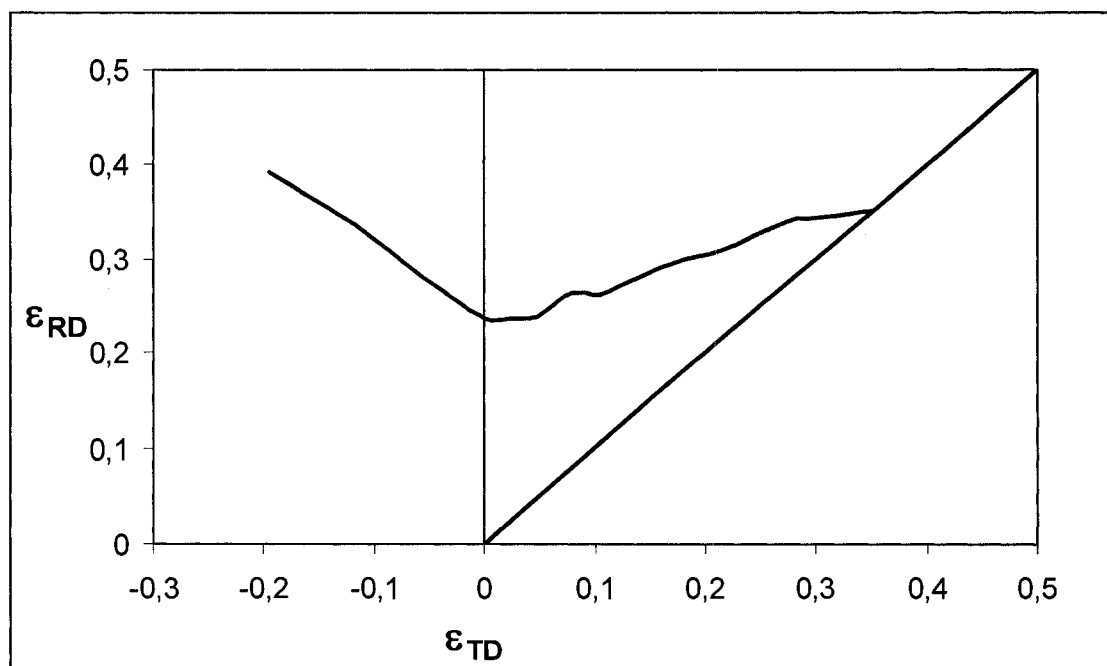
Dans les diagrammes conventionnels utilisés pour les tôles, la direction 11 représente la direction de laminage ( $\epsilon_{RD}$ ) et la direction 22 est la direction transversale ( $\epsilon_{TD}$ ). Le rapport des déformations est représenté par :

$$\rho = \epsilon_{22} / \epsilon_{11}$$

Les DLF conventionnels pour les deux alliages AA5754 et AA6063 sont présentés sur les figures 5.4 (a) et 5.4 (b).

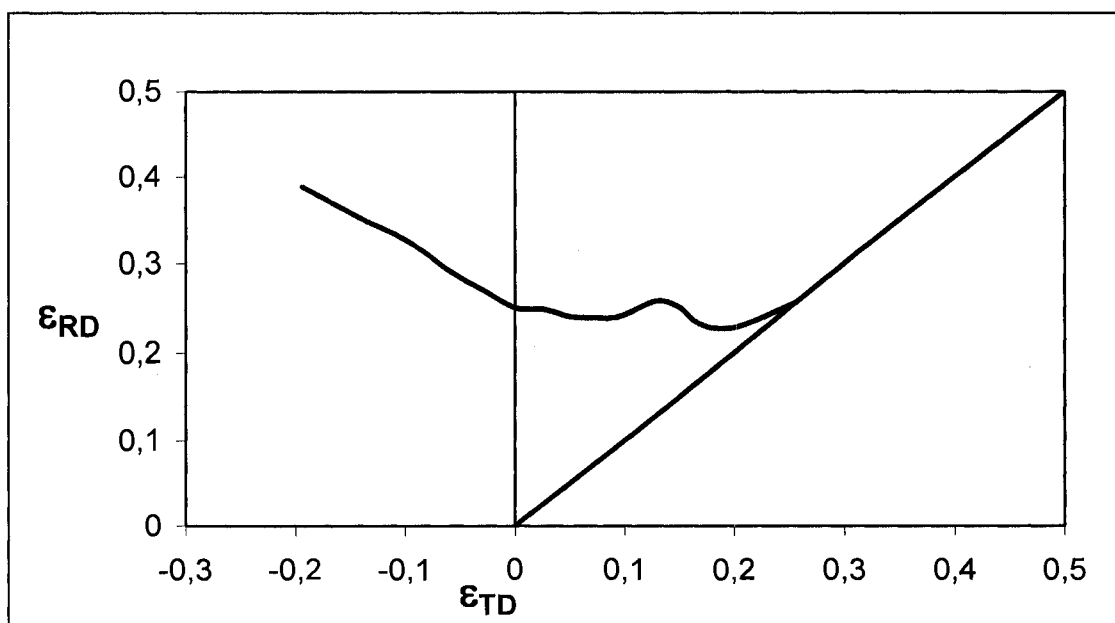
On peut constater d'après ces résultats que la déformation principale  $\epsilon_{11}$  diminue presque linéairement pour  $\rho \leq 0$  (domaine de restreint), c'est-à-dire dans la zone de la traction uniaxiale à l'état de la déformation plane, pour les deux alliages d'aluminium. Dans la zone où  $\rho$  est positif ( $\rho > 0$ ),  $\epsilon_{11}$  augmente graduellement pour AA6063. Cependant, pour AA5754,  $\epsilon_{11}$  diminue au début puis augmente et par la suite atteint un maximum, ensuite commence à diminuer et de nouveau des augmentations vers la traction biaxiale.

Pour  $-0.5 \leq \rho \leq 0$ , nous avons balayé chaque  $\psi_1$  d'une échelle de  $10^\circ$  et puis déterminer l'angle critique de la bande qui donne la déformation minimale de localisation, c'est-à-dire, la déformation de limite. Pour  $\rho > 0$ ,  $\psi_1$  a été toujours pris égale zéro, c'est ce qui est observé expérimentalement.



(a)

Figure 5.4 (a) : Les DLF conventionnels simulés pour AAA6063



(b)

Figure 5.4 (b) : Les DLF conventionnels simulés pour AAA5754

### 5.2.2 Diagrammes limites de l'hydroformage

Dans le cas de l'hydroformage, la direction de la déformation principale est la direction circonférentielle ( $\epsilon_H$ ), puisqu'une expansion du tube et la direction de la déformation secondaire est la direction axiale ( $\epsilon_A$ ). En présence d'une alimentation aux extrémités du tube (end feed), lors de la déformation,  $\rho$  sera négatif. En pratique,  $\rho$  peut varier de -0.5 à 0. Au cours de ce travail,  $\rho$  varie entre -0.5 à 1.0.

Les DLF de l'hydroformage pour les deux alliages d'aluminium sont présentés sur les figures 5.5 (a) et 5.5 (b). Les valeurs des paramètres matériels utilisés dans le modèle sont les mêmes que ceux données au paragraphe 5.2.

D'après les résultats obtenus pour les deux alliages, les simulations ont prouvé que les déformations de limites diminuent avec la décroissance d'alimentation aux extrémités du tube (end feed), dans ces simulations, on a pris  $\psi_I$  égale 0.

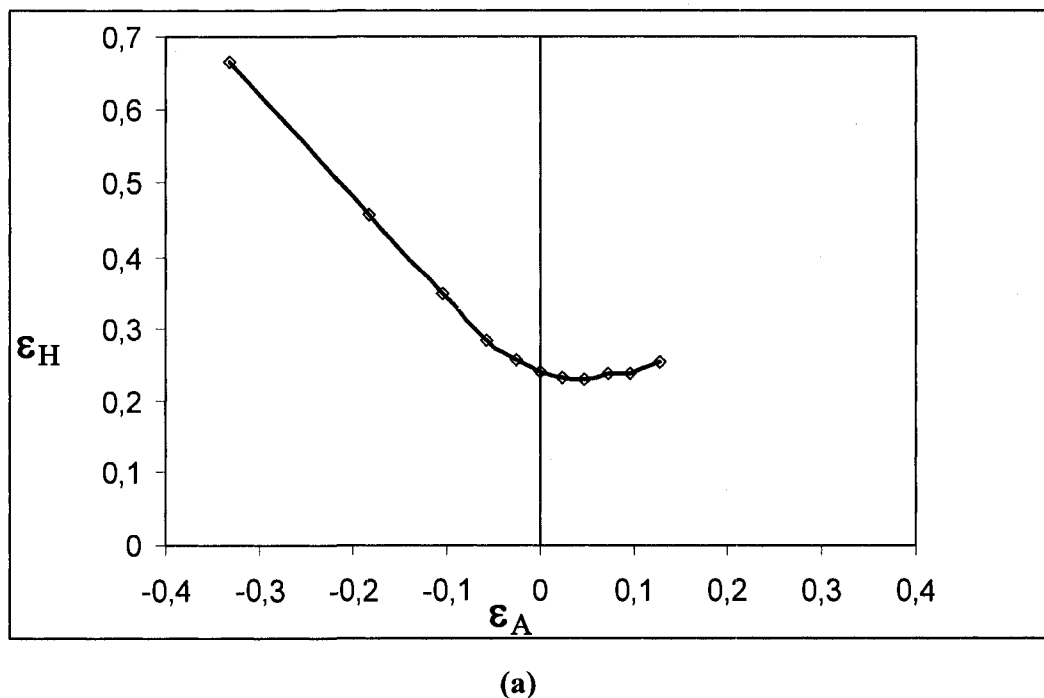
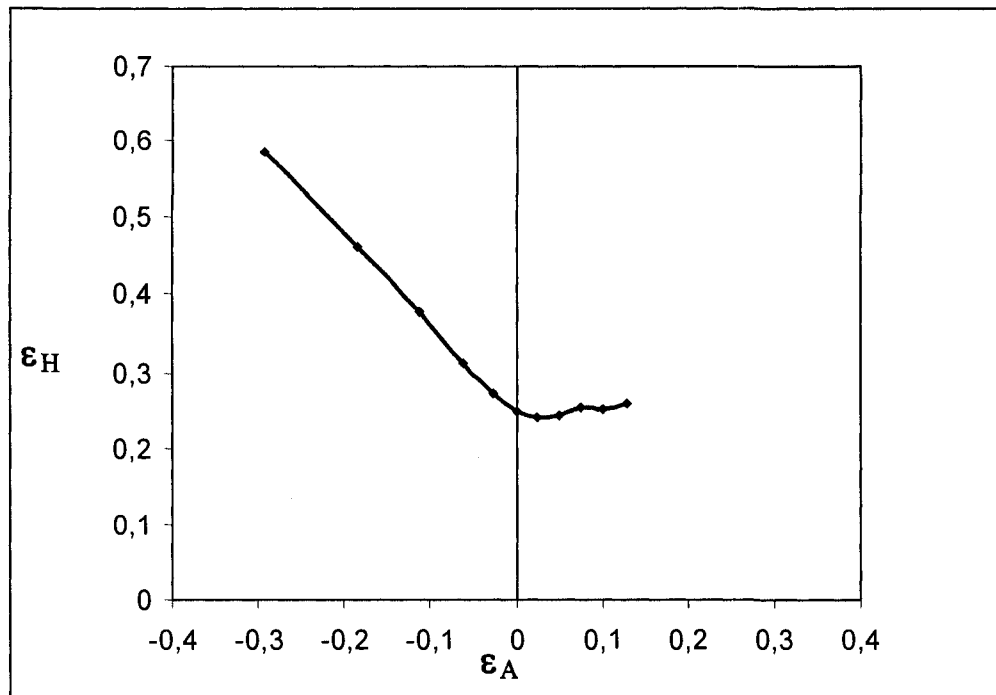


Figure 5.5 (a) : Les DLF de l'hydroformage simulés pour AA6063



(b)

Figure 5.5 (b) : Les DLF de l'hydroformage simulés pour AA5754

### 5.3 Effet du chemin de déformation sur les DLF

Le modèle numérique, basé sur l'approche de M-K utilisé pour simuler les DLF a été modifié pour inclure les effets du chemin de déformation. Dans ce nouveau modèle, la prédéformation peut être exécutée avant l'analyse des DLF.

Les histoires de chargement non proportionnel sont développées en utilisant la combinaison de deux chemins de déformation, le premier chemin, c'est la prédéformation, est considéré comme commun à toutes les histoires de chargement et les chemins de déformation linéaires suivants sont imposés en changeant le rapport des taux de déformation  $\rho$  pour tracer les DLF de l'hydroformage qui correspondent à ces chemins et à la valeur donnée de la prédéformation.

Les textures initiales utilisées dans ces analyses numériques pour les deux alliages AA6063 et AA5754 sont composées de 1000 grains et elles sont les mêmes utilisées dans la partie 5.2. Les figures de pôles pour ces deux alliages sont schématisés dans les figures 5.2a et 5.2b. Les paramètres matériels utilisés dans nos analyses sont déjà présentés dans le tableau 5.1 de paragraphe 5.2.

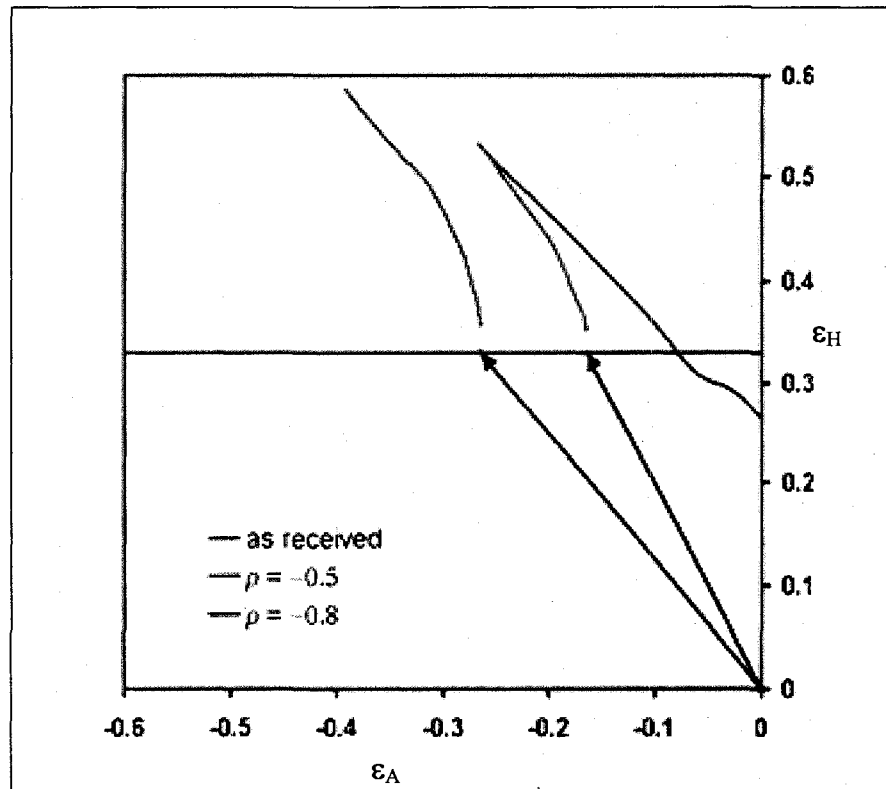


Figure 5.6 : Effet du chemin de déformation sur les DLF de l'hydroformage pour AA5754



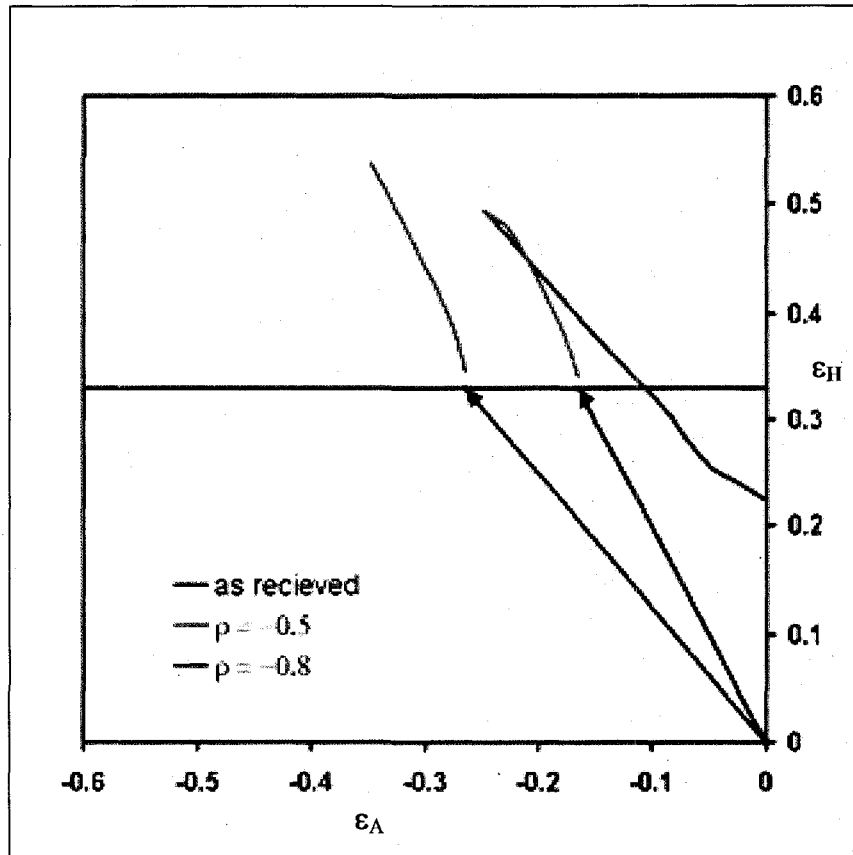


Figure 5.7 : Effet du chemin de déformation sur les DLF de l'hydroformage pour AA6063

Les alliages d'aluminium de référence ont été pré déformés jusqu'à 33 % le long de deux différents chemins de déformations linéaires ( $\rho = -0.5$  et  $\rho = -0.8$ , avec  $\rho = \epsilon_A/\epsilon_H$ ). Les effets du chemin de déformation sur les diagrammes de l'hydroformage pour les deux alliages d'aluminium AA5754 et AA6063 sont présentés respectivement sur les figures 5.6 et 5.7. Les simulations numériques prouvent que les chemins de prédéformation appliqués décalent le DLF non seulement vers la gauche mais décalent également les DLF vers le haut pour les deux alliages de référence.

#### 5.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons analysé les courbes limites de formage à partir d'une approche de localisation de la déformation plastique en présence d'un défaut d'épaisseur dans la tôle (analyse Marciniak-Kuczynski).

Les résultats des simulations numériques effectuées pour les deux alliages d'aluminium AA6063 et AA5754 ont été présentés. La calibration du modèle a été réalisée en ajustant la courbe simulée de traction à la courbe expérimentale (résultats de McGill).

Les DLF conventionnel et de l'hydroformage ont été tracés pour les deux alliages de référence.

D'après les résultats des DLF conventionnels obtenus pour les deux alliages AA6063 et AA5754, nous observons que dans la zone où  $p$  est négatif, la déformation  $\epsilon_{11}$  diminue presque linéairement pour les deux alliages. Cependant, quand  $p$  est positif, la déformation principale  $\epsilon_{11}$  augmente graduellement pour AA6063; alors que pour AA5754, la déformation  $\epsilon_{11}$  diminue au début puis augmente par la suite vers la traction biaxiale.

D'après les résultats des DLF de l'hydroformage obtenu pour les deux alliages, les simulations ont prouvé que les déformations limites diminuent avec la décroissance d'alimentation aux extrémités du tube (end feed).

Les chemins de prédéformation décalent le DLF non seulement vers la gauche mais décalent également les DLF vers le haut pour les deux alliages de référence.

Les chemins de déformation influencent la formabilité des deux alliages AA6063 et AA5754. Nous pouvons dire que la formabilité des tubes dépend du chemin de déformation subit par la matière.

## **CHAPITRE 6**

### **6. LA TECHNIQUE DE DIFFRACTION DES ÉLECTRONS RÉTRO-DIFFUSÉS (EBSD)**

#### **6.1 Introduction**

La texture cristallographique ou l'orientation préférentielle a été connue depuis longtemps comme un paramètre qui influe très fortement sur les propriétés des matériaux. Historiquement, la texture a été déterminée par diffraction des rayons X ou par la diffraction de neutrons. La dernière décennie a été marquée par l'apparition d'une nouvelle technique de diffraction : la diffraction des électrons rétrodiffusés ou EBSD (Electron Back Scattered Diffraction) qui permet de déterminer la morphologie et les orientations cristallographiques des différents grains d'un échantillon sous un microscope électronique à balayage (MEB). De nombreux auteurs sont utilisés cette technique dans leurs travaux. Parmi eux, [PRIOR et coll., 1999], [BECKER, WIELAND, 2000], [WU et coll., 2003], [WU et LLOYD, 2004], [WU et coll., 2007]. Cette technique permet par sa finesse et sa rapidité des avancées significatives dans l'optimisation des transformations de phase, de la déformation plastique, de la recristallisation, dans la déformation de matériaux hétérogènes et dans la compréhension des mécanismes de fissuration. Après la macrotexture ou texture globale caractérisée par diffraction des rayons X, à l'aide de l'EBSD on a accès à la mésotexture ou texture locale et donc à la nature des joints de grains. Son principe repose sur la diffraction des électrons rétrodiffusés par les familles de plans cristallographiques régulièrement espacés dans chaque cristal ou grain. La diffraction électronique fournit un "diagramme de diffraction" qui peut être vu comme une carte des relations angulaires entre les plans réticulaires dans le cristal.



**Figure 6.1 : Image EBSD**

## **6.2 L'exécution des données d'EBSD dans le modèle EF/grain**

L'évolution des moyens de calcul dans les dernières années par des approches éléments finis a permis d'intégrer la morphologie des grains dans la description du comportement mécanique d'un matériau polycristallin.

Dans ce projet de recherche, le modèle EF/grain (qui tient compte de la morphologie des grains) est utilisé dans les simulations avec des données d'EBSD pour l'alliage d'aluminium 5754. Nous avons développé des sous-programmes pour incorporer les données d'EBSD fournies par le centre de recherches et de développement General Motors. Ces sous-programmes génèrent un maillage d'éléments finis à partir des données d'EBSD transférant la microstructure mesurée (des formes et des tailles de grain) dans l'analyse par le modèle EF/grain.

L'aluminium 5754 est un alliage aluminium-magnésium à durcissement par écrouissage. Le tableau 6.1 donne la composition chimique de l'alliage 5754.

TABLEAU 6.1: LA COMPOSITION CHIMIQUE DE L'ALLIAGE 5754 (% EN MASSE)

Si	Fe	Cu	Mn	Mg	Cr	Zn	Ti	Al
<0.07	012	<0.03	0.46	3.2	<0.006	<0.015	<0.007	Reste

### 6.2.1 Cellule unitaire

Nous définissons la cellule d'unité comme une petite région de la tôle sous un état de déformation biaxiale :  $D_{33} = 0$  et  $D_{11} = \rho D_{22}$ , comme présentée dans la figure 6.2. La cellule d'unité est définie comme une région globalement petite de la tôle qui contient tous les éléments essentiels de microstructures et de textures qui caractérisent la tôle. Chaque élément de la maille représente une orientation des données mesurées par EBSD.

$$\rho = D_{11} / D_{22}$$

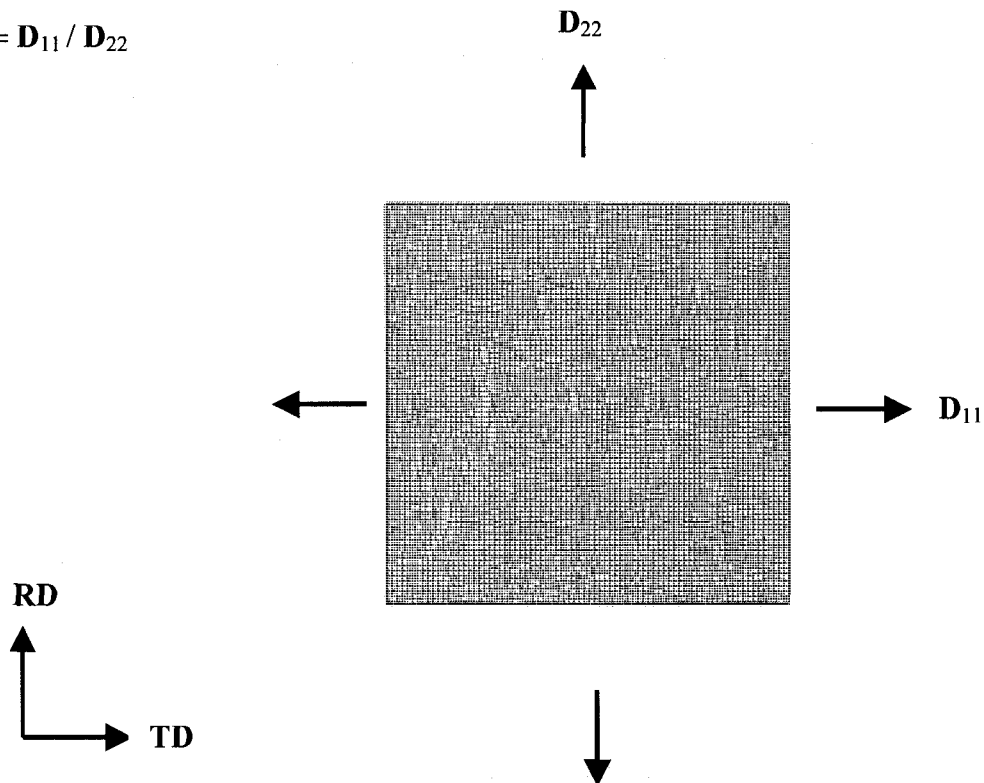
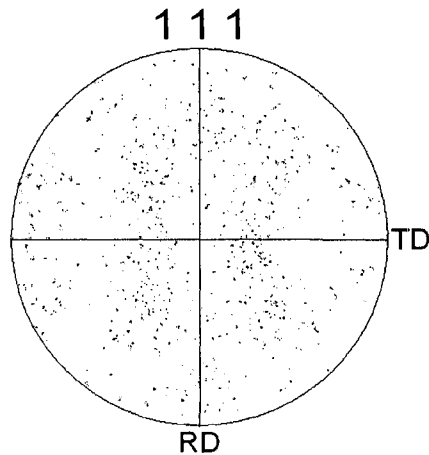


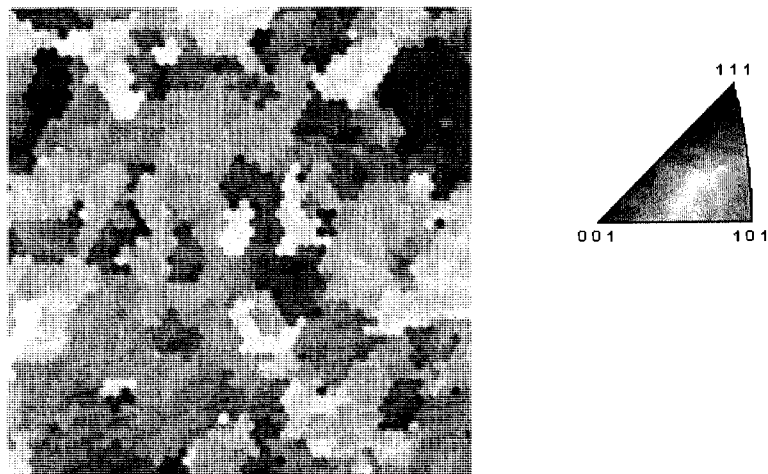
Figure 6.2 : Le modèle d'une cellule unitaire

### 6.2.2 Résultats des simulations numériques lors des différents états de déformation

La texture initiale utilisée dans les analyses numériques de cet alliage d'aluminium AA5754 est montrée sur le schéma 6.3 des figures de pôle  $\{111\}$ . La direction de laminage est représentée par RD et la direction transversale est TD. La figure 6.4 montre la morphologie des grains par l'analyse EBSD pour l'alliage AA5754.



**Figure 6.3 :** Texture initiale représenté pour la figure de pôle stéréographique  $\{111\}$  pour l'alliage AA5754



**Figure 6.4 :** Morphologie des grains par EBSD

**a- Essai de traction uniaxiale ( $\rho = - 0.5$ )**

Les tableaux (6.2), (6.3), (6.4) présentent respectivement les valeurs des paramètres matériels utilisés dans les simulations pour les différentes lois de durcissement Asaro, Bassani et loi de puissance présentés à la section 3.1.1. Ces paramètres ont été obtenues en ajustant la courbe de traction uniaxiale simulé par le modèle de plasticité cristalline aux données expérimentales correspondantes (figure 6.5). Les résultats des simulations montrent une bonne concordance avec les résultats expérimentaux.

Le taux de glissement de référence  $\dot{\gamma}_{(0)}$  et le coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation  $m$  sont pris respectivement dans toutes ces simulations comme suit  $\dot{\gamma}_{(0)}=0.0001s^{-1}$  et  $m = 0.002$ .

**TABLEAU 6.2 : PARAMÈTRES MATÉRIELS UTILISÉS LORS DES SIMULATIONS POUR LE MODÈLE D'ASARO**

Paramètre	AA5754
$\tau_o$ Mpa	42.0
$h_o/\tau_o$	6.25
$\tau_s/\tau_o$	2.275
$hs/\tau_o$	0.985
$q$	1.0

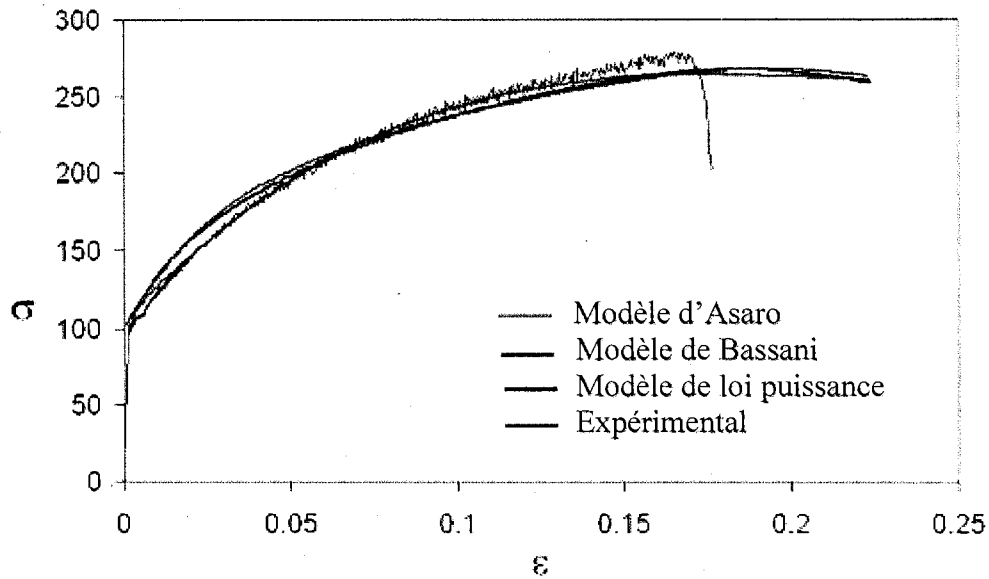
TABLEAU 6.3 : PARAMÈTRES MATÉRIELS UTILISÉS LORS DES SIMULATIONS  
POUR LE MODÈLE DE BASSANI

Paramètre	AA5754
$\tau_0$ Mpa	42.5
$h_0/\tau_0$	12
$\tau_s/\tau_0$	1.19
$h_{sI}/\tau_0$	0.885
$\gamma_0$	0.01
$a_1$	1.0
$a_4$	2.0
$a_5$	2.5
$h_{sIII}/\tau_0$	0.15
$\gamma_{0III}$	1.75
q	0.0

TABLEAU 6.4 : PARAMÈTRES MATÉRIELS UTILISÉS LORS DES SIMULATIONS  
POUR LE MODÈLE DE PUISSANCE

Paramètre	AA5754
$\tau_0$ Mpa	38
$h_0/\tau_0$	20
n	0.31
q	1.0

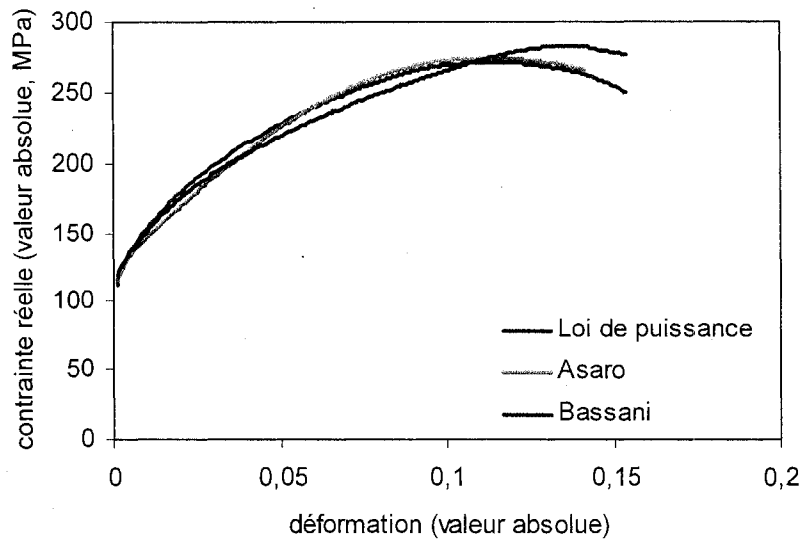




**Figure 6.5** : Courbe de traction uniaxiale pour l'alliage AA5754

#### **b- Essai de traction plane ( $\rho = 0$ )**

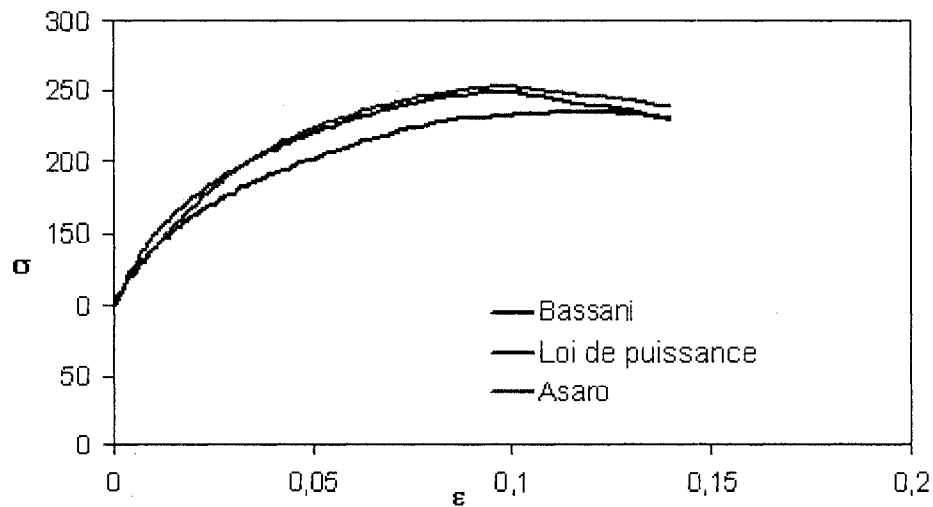
Pour les simulations de l'essai de traction plane ( $\rho = 0$ ), les paramètres matériels trouvés grâce à l'essai de traction uniaxiale sont conservés pour les trois modèles (Asaro, Bassani et loi de puissance). La figure 6.6 présente les résultats de simulation obtenus pour les trois modèles (Asaro, Bassani et loi de puissance).



**Figure 6.6** : Courbe de traction plane pour l'alliage AA5754

**c- Essai de traction équi-biaxiale ( $\rho = 1.0$ )**

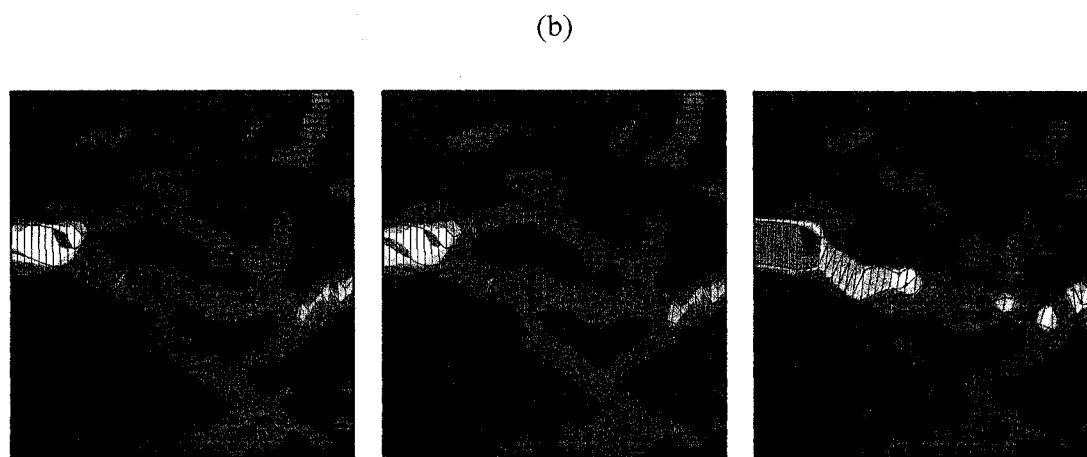
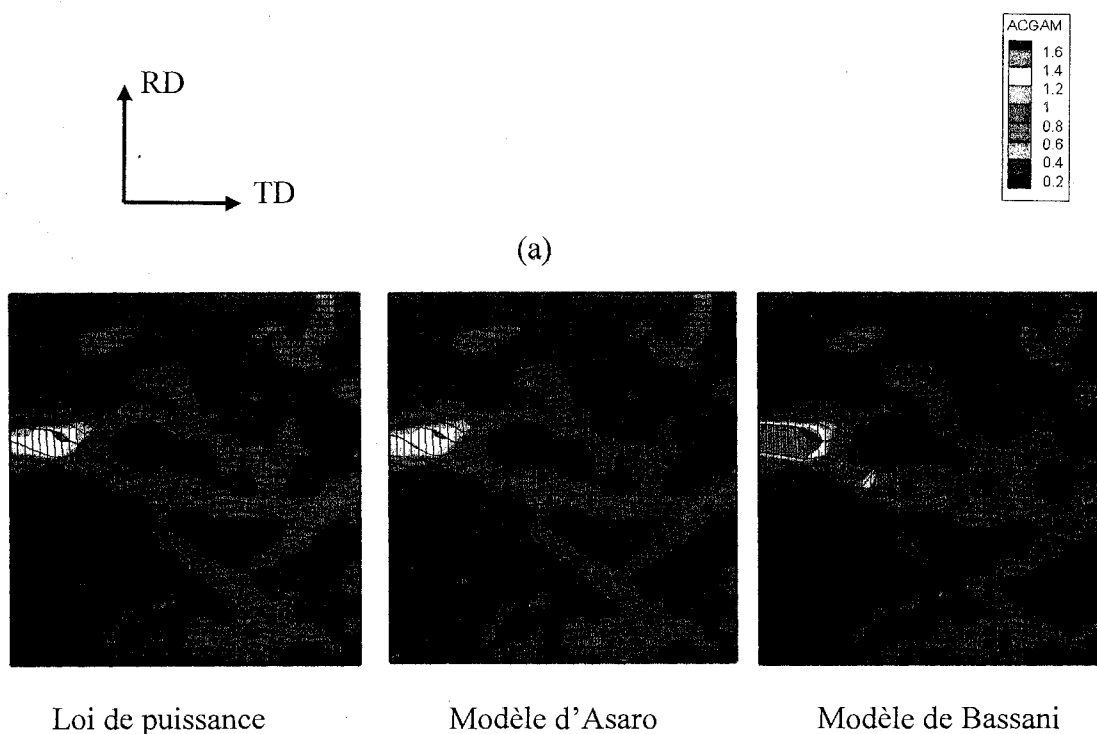
La figure 6.7 présente la courbe de traction équi-biaxiale, la simulation de cette dernière a été effectuée avec aucun ajustement. Les paramètres matériels déterminés par l'essai de traction uniaxiale ont été conservés pour les trois modèles Asaro, Bassani et loi de puissance.



**Figure 6.7** : Courbe de traction équi-biaxiale pour l'alliage AA5754

### 6.2.3 Simulation de l'évolution de la déformation dans une cellule unitaire

a- Pour  $\rho = -0.5$



(c)



Loi de puissance

Modèle d'Asaro

Modèle de Bassani

**Figure 6.8** : l'évolution de la déformation dans une cellule unitaire pour différentes lois de durcissement lors de l'essai de traction uniaxiale à a) 15 %, b) 20 %, c) 25 % de déformation

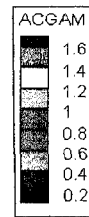
La figure 6.8 montre les évolutions de la distribution des déformations lors d'un essai de traction uniaxiale à différents niveaux de la déformation pour les trois lois de durcissement (loi de puissance, Asaro, Bassani). On observe que la déformation dans la cellule unitaire est non homogène et l'inhomogénéité commence quand la déformation appliquée est petite. La déformation non homogène évolue graduellement avec l'augmentation de la déformation et forme des bandes de déformation localisées à  $\varepsilon = 0.2$ . À  $\varepsilon = 0.25$ , les bandes de déformation localisées ont croisés toute la largeur de la cellule unitaire.

D'après ces résultats, on remarque que les résultats obtenus pour les deux modèles Asaro et loi de puissance sont similaires, par contre les résultats de Bassani sont différents par rapport à ces deux modèles.

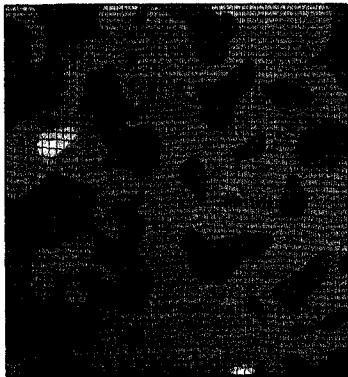
b- Pour  $\rho = 1.0$

RD ↑

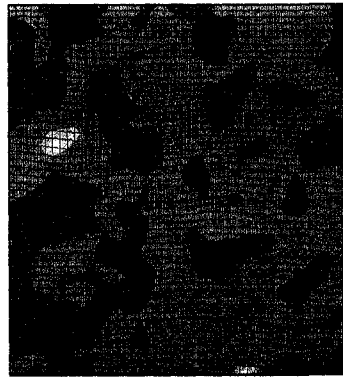
→ TD



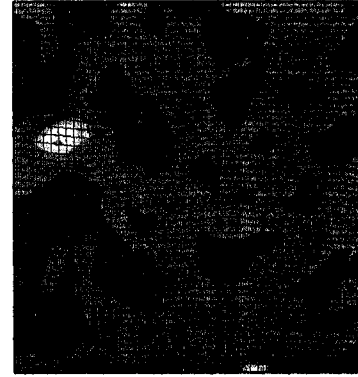
(a)



Loi de puissance

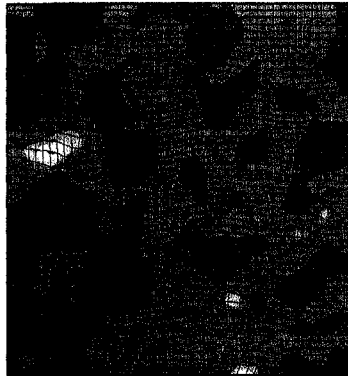


Modèle d'Asaro

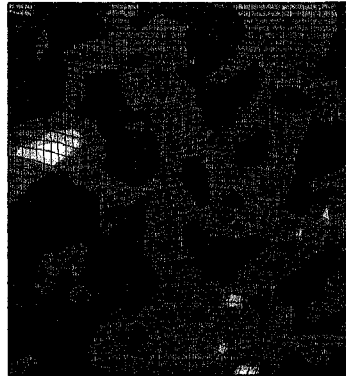


Modèle de Bassani

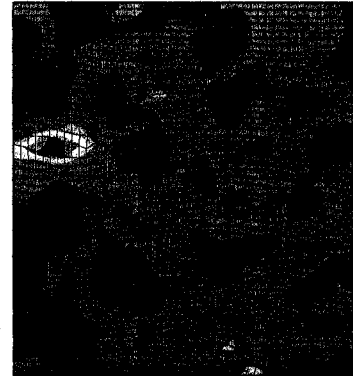
(b)



Loi de puissance

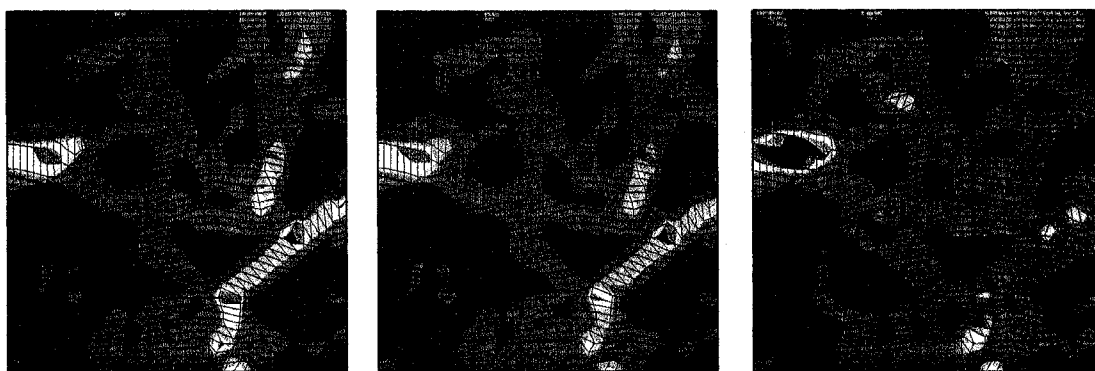


Modèle d'Asaro



Modèle de Bassani

(c)



Loi de puissance

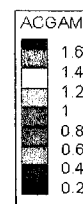
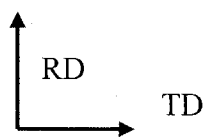
Modèle d'Asaro

Modèle de Bassani

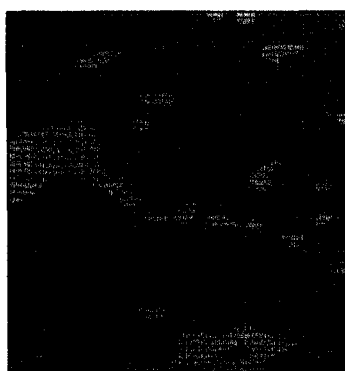
**Figure 6.9 :** l'évolution de la déformation dans une cellule unitaire pour différentes lois de durcissement lors de l'essai de traction équi-biaxiale à a) 5 %, b) 10 %, c) 15 % de déformation

Les courbes de distribution de la déformation lors d'un essai de traction équi-biaxiale à différents niveaux de déformation pour les lois de durcissement (loi de puissance, Asaro, Bassani) sont présentées à la figure 6.9. D'après les résultats obtenus pour les différents modèles de durcissement par glissement simple, on constate que les déformations non homogènes se produisent dans différentes régions de la microstructure à  $\varepsilon = 0.05$ . À  $\varepsilon = 0.10$ , la déformation non homogène évolue graduellement et forme des bandes de largeur plus ou moins importante. À  $\varepsilon = 0.15$ , les bandes de déformation localisées ont croisés les deux côtés de la cellule unitaire pour les trois modèles Asaro, loi de puissance, et Bassani.

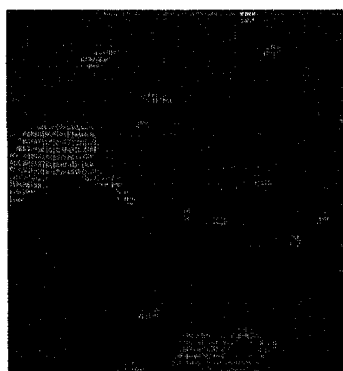
c- Pour  $\rho = 0$



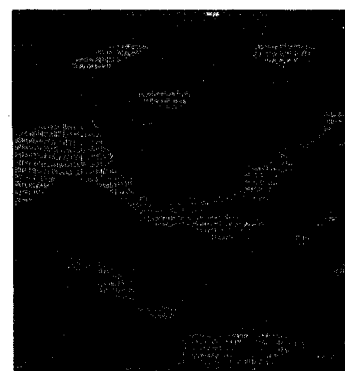
(a)



Loi de puissance

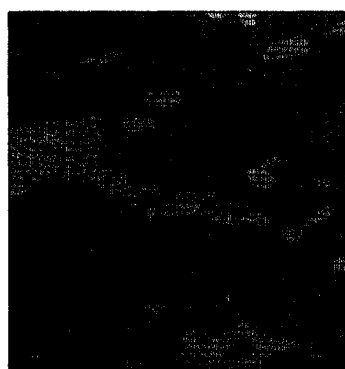


Modèle d'Asaro

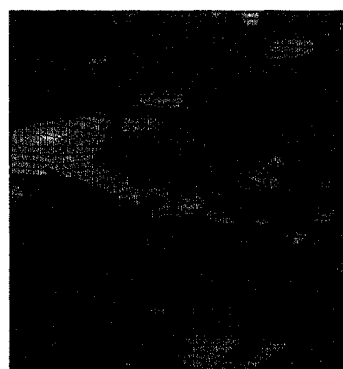


Modèle de Bassani

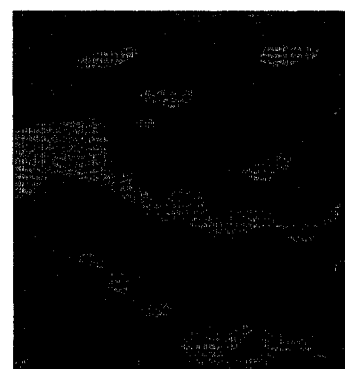
(b)



Loi de puissance

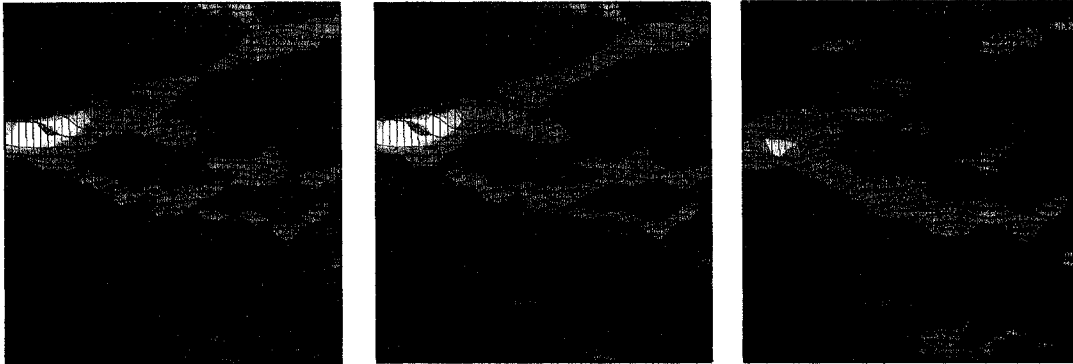


Modèle d'Asaro



Modèle de Bassani

(c)



Loi de puissance

Modèle Asaro

Modèle Bassani

**Figure 6.10** : l'évolution de la déformation dans une cellule unitaire pour différentes lois de durcissement lors de l'essai de traction plane à a) 5 %, b) 10 %, c) 15 % de déformation

La figure 6.10 présente les courbes de l'évolution de la déformation lors d'un essai de traction plane pour les trois lois de durcissement par glissement (loi de puissance, Asaro, Bassani) à différents niveaux de déformation. On remarque que pour les deux valeurs de déformations ( $\epsilon = 0.05$  et  $0.10$ ), la déformation non homogène se concentre dans quelques parties de la cellule. À  $\epsilon = 0.15$ , la déformation non homogène évolue graduellement et forme des bandes de déformation localisées pour les trois modèles de durcissement.

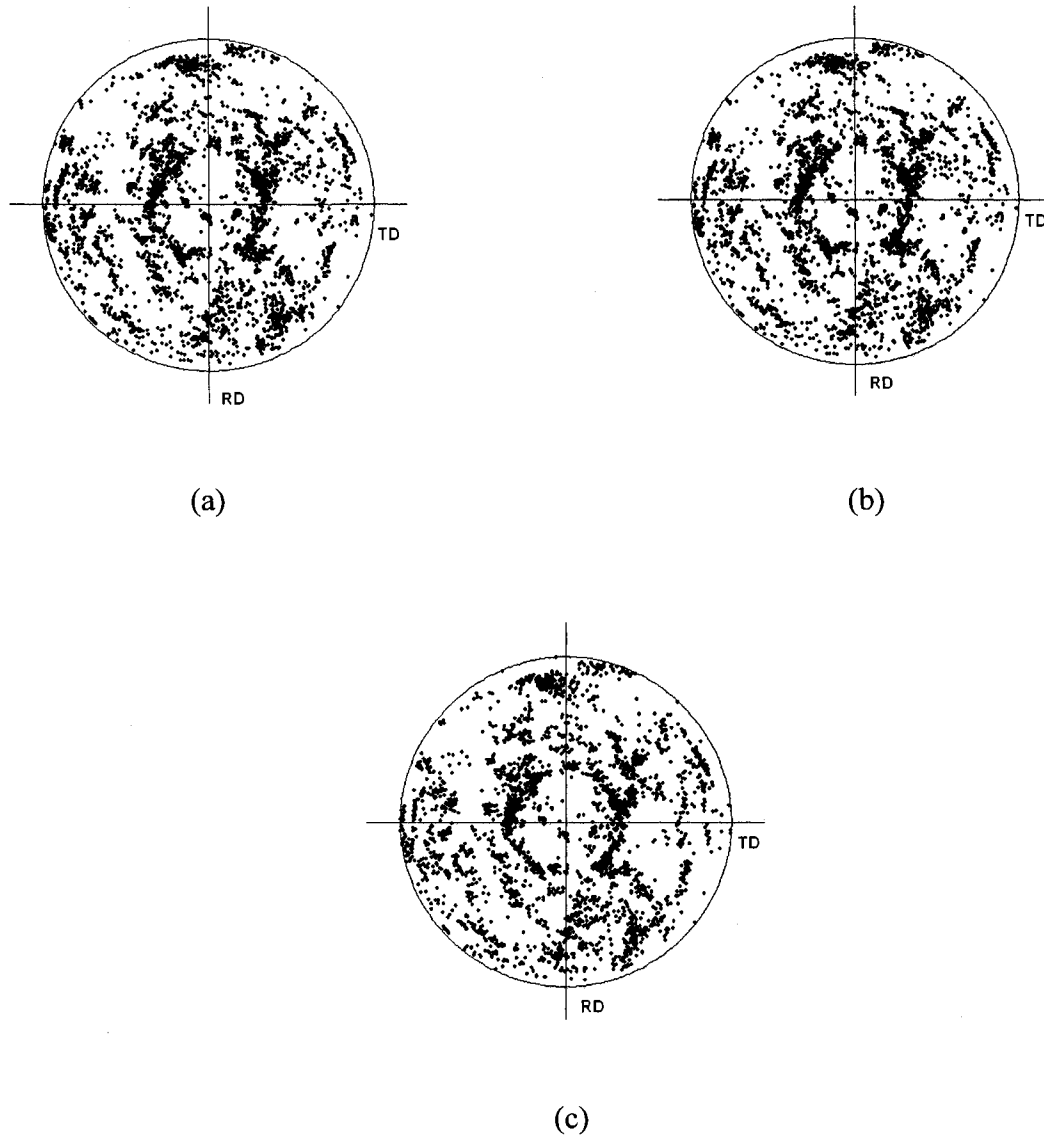
### 6.3 Évolution de la texture

#### Traction équi-biaxiale :

Une comparaison entre les évolutions de texture aux différentes lois de durcissement (Asaro, Bassani et loi de puissance) lors d'un essai de traction équi-biaxiale est présentée dans la figure 6.11, où les pôles de figures se sont reliés aux directions de laminage RD et transversale TD. Les figures 6.11a, 6.11b et 6.11c correspondent à la déformation montrée



dans la figure 6.9c ( $\epsilon=0.15$ ). Les trois modèles de durcissement donnent essentiellement les mêmes résultats.



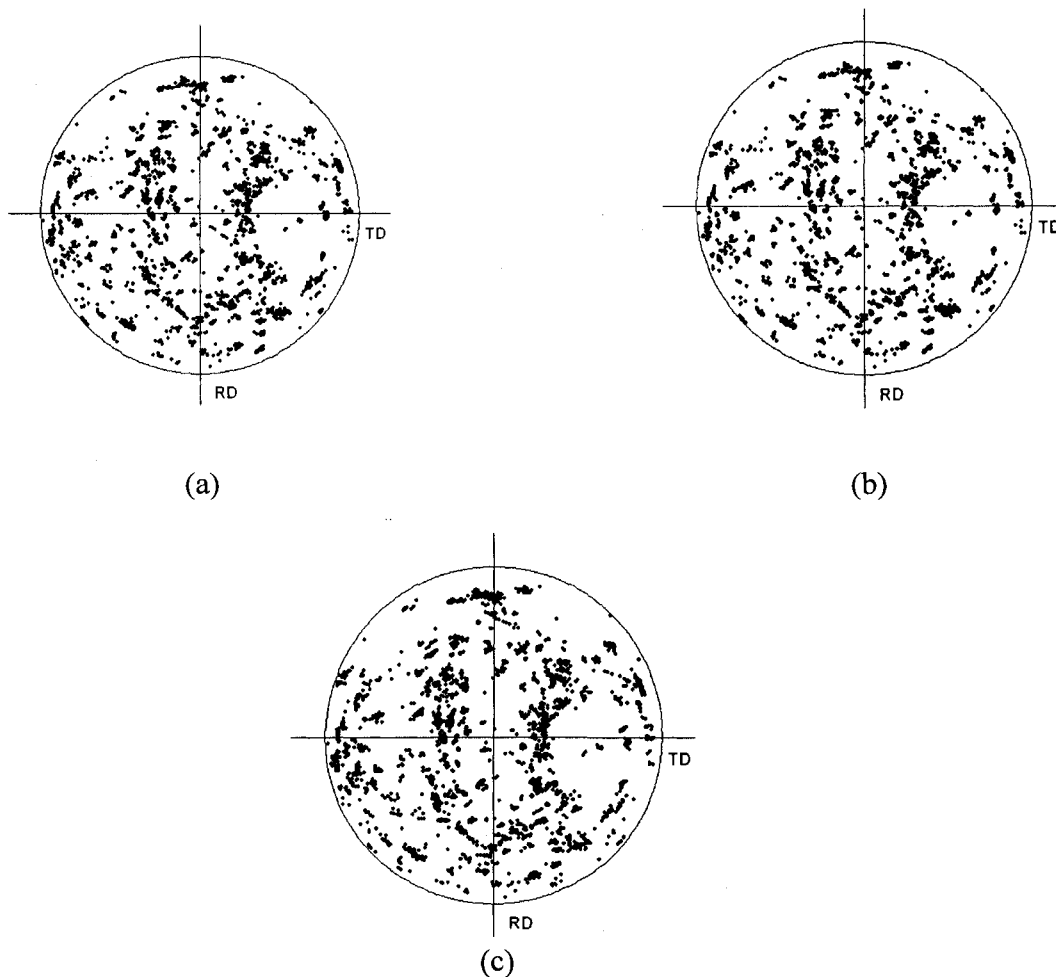
**Figure 6.11** : Texture après 15% de déformation en traction équiaxiale

(a) Loi de puissance (b) Modèle d'Asaro (c) Modèle de Bassani

### Traction plane :

Les évolutions de texture obtenues pour les différentes lois de durcissement lors d'un essai de traction plane sont présentées à la figure 6.12. Les figures 6.12a, 6.12b et 6.12c correspondent à la déformation ( $\epsilon=0.15$ ) montrée dans la figure 6.10c. D'après ces figures, on observe que les figures de l'évolution de texture sont semblables.

Donc, on conclut que les trois lois de durcissement donnent essentiellement les mêmes résultats lors d'un essai de traction équibiaxiale et plane.



**Figure 6.12:** Évolution de texture après 15 % de déformation en traction plane

(a) Loi de puissance (b) Modèle d'Asaro (c) Modèle de Bassani

## 6.4 Conclusion

L'essai de traction uniaxiale a été utilisé pour calibrer le modèle. Les courbes contrainte-déformation simulées pour les différents modes de déformations ( $\rho = -0.5, 0$  et  $1.0$ ), la distribution de l'évolution de la déformation à divers valeurs de  $\rho$  et l'évolution de la texture lors de la déformation sont présentés.

Dans ce chapitre, les résultats des simulations réalisées pour l'alliage AA5754 ont été présentés. La calibration du modèle a d'abord été effectuée en ajustant la courbe simulée de traction uniaxiale à la courbe expérimentale, puis le modèle a été validé en simulant les essais de traction plane et équibiaxiale.

L'ajustement de la courbe contrainte-déformation avec le modèle EF/Grain qui incorpore les données EBSD pour obtenir les paramètres matériels pour différents modèles de durcissements ont été présentées.

Les évolutions de la distribution des déformations pour différentes valeurs de  $\rho$  sont présentées. Un état de déformation non uniforme caractérisé par une hétérogénéité assez localisée au bord de la cellule unitaire. L'étendue de cette zone de déformation hétérogène évolue en fonction de la déformation.

Les trois modèles de durcissement (loi de puissance, Asaro, Bassani) donnent essentiellement les mêmes figures de l'évolution de texture après 15 % de déformation en traction plane et équibiaxiale.

## CONCLUSION GÉNÉRALE

En raison de ses qualités de légèreté et de durabilité, l'aluminium est très utilisé dans l'industrie d'automobile. En fait, partout où ses caractéristiques seront des propriétés intéressantes, l'aluminium continuera à faire sa place. L'utilisation de l'aluminium dans le domaine de l'automobile devrait doubler au cours des dix prochaines années, en raison de l'importance des gains obtenus sur le plan environnemental : l'allègement du poids du véhicule entraîne une diminution de la consommation de carburant et, donc, des émissions de gaz à effet de serre. Par exemple, Chaque tranche de 10 % de réduction du poids entraîne une économie de 6 à 8 % de la consommation de carburant. Autrement dit, une réduction d'un kilogramme du poids du véhicule entraîne, au cours de sa durée de vie utile, une réduction de 17 à 20 kg de CO<sub>2</sub>.

Comme les propriétés mécaniques d'une tôle sont déterminées par sa microstructure et ses propriétés microscopiques, les modèles phénoménologiques demeurent un outil de diagnostic plutôt que de prédiction parce que les modèles phénoménologiques ne tiennent pas compte de l'effet de la microstructure et de son évolution avec la déformation. Les modèles basés sur la plasticité des cristaux sont alors utilisés parce que ces modèles tiennent compte de la texture cristallographique et de son évolution pendant la déformation.

Le modèle numérique utilisé est de type élastique-plastique. Il tient compte des mécanismes de glissement dans les plans atomiques du réseau cristallin, de l'évolution de la texture cristallographique et de l'anisotropie élastique du monocristal. Le phénomène de glissement est le mode principal de déformation dans les métaux CFC. Au cours de ce travail, nous avons utilisé deux modèles polycristallins, le premier c'est le modèle de Taylor et le deuxième modèle est celui avec un où plusieurs éléments finis par grain.

L'implémentation des lois constitutives basées sur la plasticité des cristaux exige une puissance informatique et un espace mémoire, afin de pouvoir suivre un nombre énorme de variables internes prétendues au niveau microscopique. Les calculs séquentiels classiques basés sur des postes de travail sont généralement incapables d'assurer la puissance de calcul nécessaire pour ces applications. Cependant, avec l'arrivée des ordinateurs à haute vitesse et des techniques massives de parallélisation, une telle exigence est satisfaite plus facilement en utilisant le traitement parallèle.

Un des défauts qui peut apparaître dans la mise en forme des produits minces est la striction. Le concept d'un diagrammes limite de formage (DLF) définit un intervalle dans lequel le matériau est susceptible de se déformer sans endommagement. Ces diagrammes sont devenus par la suite un outil standard de caractérisation pour la formabilité des matériaux.

La simulation des diagrammes limites de formage pour les deux alliages AA5754 et AA6063 a été réalisée avec l'utilisation d'un modèle polycristallin de type Taylor. Les paramètres d'écrouissage de l'équation de la loi de puissance (éq 3.23) ont été calibrés en ajustant la courbe de traction uniaxiale à la courbe expérimentale. Par la suite, ces valeurs ont été conservées pour les utiliser dans les simulations numériques des DLF conventionnels et d'hydroformage. Les déformations de limites diminuent avec la décroissance d'alimentation aux extrémités du tube (end feed) pour les DLF d'hydroformage. Les chemins de déformation influence la formabilité des deux alliages AA6063 et AA5754, ces chemins de prédéformation décalent le DLF non seulement vers la gauche mais décalent également les DLF vers le haut pour les deux alliages.

Les résultats des simulations basés sur le modèle EF/grain qui introduit les données EBSD fournies par le centre de recherches et de développement General Motors pour l'alliage AA5754 ont été présentés dans le chapitre 6. La calibration du modèle a d'abord été effectuée en ajustant la courbe simulée de traction uniaxiale à la courbe expérimentale, puis le modèle a été validé en simulant les essais de traction plane et équi-biaxiale.

Lors de présent travail, les modèles ont mené à des découvertes intéressantes du point de vue de la recherche fondamentale. Il serait possible pour des travaux futurs de valider notre modèle avec les résultats expérimentaux qui seront réaliser au laboratoire de recherches et de développement General Motors.

## BIBLIOGRAPHIE

ACHARYA, A., BASSANI, J.L. (2000). *Lattice incompatibility and a gradient theory of crystal plasticity*, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, **48**, 1565-1595.

ARRIEUX, R. (1990). *Détermination théorique et expérimentale des courbes limites de formage. Application aux matériaux anisotropes*, Thèse de doctorat, Université Lyon I- INSA Lyon, France.

ASARO, R.J., NEEDLEMAN, A. (1985). *Texture development and strain hardening in rate dependent polycrystals*, Acta Metallurgica, **33**, 923-953.

BARLAT, F., LIAN, J. (1989). *Plastic behavior and stretchability of sheet metals. Part I: A yield function for orthotropic sheets under plane stress conditions*, International Journal of Plasticity, **5**, 51-66.

BASSANI, J.L. (1977). *Yield characterization of metals with transversely isotropic plastic properties*, International Journal of Mechanical Sciences, **19**, 651-660.

BASSANI, J.L., WU, T.Y. (1991). *Latent hardening in single crystals II. Analytical characterization and predictions*, Proceedings of the Royal Society of London, **A435**, 21-41.

BEAUDOIN, A.J., ACHARYA, A., CHEN, S.R, KORZEKWA, D.A, STOUT, M.G. (2000). *Consideration of grain-size effect and kinetics in the plastic deformation of metal polycrystals*, Acta Metallurgica et Materialia, **48**, 3409-3423.

BECKER, R., WEILAND, H. (2000). *Use of EBSD data in mesoscale numerical analyses*, Electron Backscatter Diffraction in Materials Science. A. J. Schwartz, M. Kumar and B. L. Adams. New York, Kluwer Academic/Plenum Publishers.

BERVEILLER, M., ZAOUI, A. (1979). *An extension of the self-consistent scheme to plastically-flowing polycrystals*, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, **26**, 325-344.

BUDIANSKY, B. (1959). *A reassessment of deformation theories of plasticity*, Journal of Applied Mechanics, **26**, 259-264.

BUDIANSKY, B., WU, T.T. (1962). *Theoretical prediction of plastic strains of polycrystals*, Proceedings of the 4<sup>th</sup> U. S. National Congress of Applied Mechanics, ASME, 1175-1185.

BUDIANSKY, B. (1984). *Anisotropic plasticity of plane-isotropic sheets*, Mechanics of Material Behavior, édité par G.J. Dvorak and R.T. Shield, Elsevier Science Publishers B.V., 15-29.

CALLISTER, J.R., WILLIAM D. (2001). *Science et génie des matériaux*, Modulo, Mont-Royal, Québec, 781.

CANOVA, G.R., KOCKS, U.F., JONAS, J.J. (1984). *Theory of torsion texture development*, Acta Metallurgica, **32**, 211-226.

CAZACU, O., BARLAT, F. (2004). *A criterion for description of anisotropy and yield differential effects in pressure-insensitive metals*, International Journal of Plasticity, **20**, 2027-2045 .

CHANG, Y.W., ASARO, R J. (1981). *An experimental study of shear localization in aluminum copper single crystals*, Acta Metallurgica, **29**, 241-257.

CHRISTOFFERSEN, J., HUTCHINSON, J.W. (1979). *A class of phenomenological corner theories of plasticity*, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, **27**, 465-487.

ESHELBY, J.D. (1957). *The deformation behaviour of the elastic field of an ellipsoidal inclusion and related problems*, Proceedings of the Royal Society of London, **A241**, 376-396.



FLECK, N.A., HUTCHINSON, J.W. (1997). *Strain gradient plasticity*, Advances in Applied Mechanics, **33**, 295-361.

GELIN, J.C., LABERGÈRE, C. (2001). *Modelling, optimization and optimal control for hydroforming process*, Proceedings of the Fourth International ESAFORM Conference on Material Forming, **1**, 377-380.

GOTOH, M. (1977). *A theory of plastic anisotropy based on a yield function of fourth order (Plane stress state)-II*, International Journal of Mechanical Sciences, **19**, 513-520.

GRAF, A.F., HOSFORD, W. F. (1993). *Effect of changing strain paths on forming limit diagrams of Al 2008-T4*, Metallurgical and Materials Transactions, **A24**, 2503-2512.

GRAF, A.F., HOSFORD, W. F. (1994). *The influence of strain-path changes on forming limit diagrams of Al 6111-T4*, International Journal of Mechanical Sciences, **36**, 897-910.

GRONOSTAJSKI, J. (1984). *Sheet metal forming limit for complex strain paths*, Journal of Mechanical Working Technology, **10**, 349-362.

HARREN, S., LOWE, T. C., ASARO, R. J., NEEDLEMAN, A. (1989). *Analysis of large-strain shear in rate-dependent face-centred cubic polycrystals: Correlation of micro- and macromechanics*, Philosophical Transactions of the Royal Society of London., **A328**, 443-500.

HILL, R. (1948). *A theory of the yielding and plastic flow of anisotropic metals*, Proceedings of the Royal Society of London, **A193**, 281-297.

HILL, R. (1950). *The mathematical theory of plasticity*, Oxford University Press.

HILL, R. (1979). *Theoretical plasticity of textured aggregates*, Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, **85**, 179-191.

HILL, R. (1965). *Continuum micro-mechanics of elasto-plastic polycrystals*, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, **13**, 89-101.

HILL, R. (1990). *Constitutive modelling of orthotropic plasticity in sheet metals*, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, **38**, 405-417.

HILL, R. (1993). *A user-friendly theory of orthotropic plasticity in sheet metals*, International Journal of Mechanical Sciences, **35**, 19-25.

HONNEFF, H., MECKING, H. (1978). *A method for the determination of the active slip systems and orientation changes during single crystal deformation*, Proceedings of ICOTOM 5, Aachen, Springer-Verlag, **1**, 265-275.

HORSTEMEYER, M.F., MCDOWELL, D.L. (1998). *Modelling effects of dislocation substructure in polycrystal elastoviscoplasticity*, Mechanics of Materials, **27**, 145-163.

HUTCHINSON, J.W. (1970). *Elastic-plastic behaviour of polycrystalline metals and composites*, Proceedings of the Royal Society London, **A319**, 247-272.

HUTCHINSON, J.W. (1973). *Finite strain analysis of elastic-plastic solids and structures*, Numerical Solution of Nonlinear Structural Problems, édité par R.F. Hartung, ASME, 17-29.

HUTCHINSON, J.W., NEALE, K.W. (1978). *Sheet necking—II. Time-independent behaviour*, In Mechanics of Sheet Metal Forming, (Ed. D.P. Koistinen and N.M. Wang), Plenum Press, 127-153.

INAL, K. (2001). *Numerical simulation of sheet metal forming processes and localized deformation phenomena for FCC polycrystals*, Thèse de doctorat és sciences appliquées, Département de génie civil, Université de Sherbrooke, Sherbrooke, Canada.

INAL, K., NEALE, K.W., WU, P.D. (2002). *Parallel finite element algorithms for the analysis of multiscale plasticity problems*, Brebbia, C.A., Meli, P., Zanasi, A., editors. Applications of high-performance computing in engineering, VII. Bologna: WIT Press, 75–84.

INAL, K., NEALE, K.W., WU, P.D. (2003). *Parallel computing techniques for metal plasticity applications*, Proceedings of the 17<sup>th</sup> Annual International Symposium on High Performance Computing Systems and Applications & Oscar Symposium, Sherbrooke, 133–137.

INAL, K., WU, P.D., NEALE, K.W. (2002). *Instability and localized deformation in polycrystalline solids under plane-strain tension*, International Journal of Solids and Structures, **39**, 983-1002.

KALIDINDI, S., BRONKHORST, C.A., ANAND, L. (1992). *Crystallographic texture evolution in bulk deformation processing of FCC metals*, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, **40**, 537-569.

KEELER, S. P. (1961). *Plastic instability and fracture in sheets stretched over rigid punches*, Ph.D. Thesis, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Massachusetts.

KLEEMOLA, H.J., PELKKIKANGAS, M.T. (1977). *Effect of predeformation and strain path on the forming limits of steel, cooper and Brass*, International Sheet Metal Industries, 591-599.

KRÖNER, E. (1961). *Zur plastischen verformung des vielkristalls*, Acta Metallurgica, **9**, 155-161.

KUHLMANN-WILSDORF, D. (1989). *Theory of plastic deformation: Properties of low energy dislocation structure*, Materials Science and Engineering, **A113**, 1-41.

LAHOUD, A.E., TUGCU, P., NEALE, K.W. (1986). *Finite element schemes for large-strain plasticity computations*, Proceedings of the International Symposium on Computer Modelling of Fabrication Processes and Constitutive Behaviour of Metals, Ottawa, 367-383.

LIAN, J., BARLAT, F., BAUDELET, B. (1989). *Plastic behaviour and stretchability of sheet metals. II. Effect of yield surface shape on sheet forming limit*, International Journal of Plasticity, **5**, 131-147.

LUNDQVIST, J. (2004). *Numerical simulation of tube hydroforming, adaptative loading paths*, Thèse de doctorat, Lulea University of Technology, Sweden.

MARCINIAK Z., KUCZYNSKI, K. (1967). *Limit strains in processes of stretch-forming sheet metal*, International Journal of Mechanical Sciences, **9**, 609-620.

MATHUR, K., DAWSON, P., KOCKS, U.F. (1990). *On modelling anisotropy in deformation processes involving textured polycrystals with distorted grain shape*, Mechanics of Materials, **10**, 183-202.

MINDLIN, R.D. (1964). *Micro-structure in linear elasticity*, Archive for Rational Mechanics and Analysis, **16**, 51-78.

MOUSSY, F., FRANCIOSI, P. (1990). *Physique et mécanique de la mise en forme*, Presses du CNRS, IRSID, Paris, 645.

MROZ, Z. (1967). *On the description of anisotropic work-hardening*, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, **15**, 163-175.

NEALE, K.W., CHATER, E. (1980). *Limit strain predictions for strain-rate sensitive anisotropic sheets*, International Journal of Mechanical Sciences, **22**, 563-574.

NEALE, K.W. (1981). *Phenomenological constitutive laws in finite plasticity*, Solid Mechanics Archives, **6**, 79-127.

NEALE, K.W. (1993). *Use of crystal plasticity in metal forming simulations*, International Journal of Mechanical Sciences, **35**, 1053-1063.

NEEDLEMAN, A., TVERGAARD, V. (1977). *Necking of biaxially stretched elastic-plastic circular plates*, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, **25**, 159-183.

NEMAT-NASSER, S., OBATA, M. (1986). *Rate-dependent, finite elasto-plastic deformation of polycrystals*, Proceedings of the Royal Society of London, **A407**, 343-375.

PRAGER, W. (1956). *A new method of analyzing stress and strains in work-hardening solids*, Journal of Applied Mechanics, ASME, **23**, 493-496.

PRIOR, D.J., BOYLE, A.P., BRENKER, F., CHEADLE, M.C., DAY, A., LOPEZ, G., PERUZZO, L., POTTS, G.J., REDDY, S.M., SPIESS, R., TRIMBY, P.W., WHEELER, J., ZETTERSTRÖM, Z. (1999). *The application of electron backscatter diffraction and orientation contrast imaging in the SEM to textural problems in rocks*, American Mineralogist, **84**, 1741-1759.

RASHID, M.M., NEMAT-NASER, S. (1990). *A constitutive algorithm for rate dependent crystal plasticity*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, **94**, 201-228.

SACHS, G. (1928). *Zur ableitung einer fließbedingung*, Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure, **72**, 734-736.

SARMA, G.B., DAWSON, P. (1996-a). *Texture predictions using a polycrystal plasticity model incorporating neighbor interactions*, International Journal of Plasticity, **12**, 1023-1054.

SCHMID, E. (1924). *Neue untersuchungen metallkristallen*, Proceedings of the 1<sup>st</sup> International Congress of Applied Mechanics, C. B. Biezeno et J. M. Burgers, Editeurs, Delft, The Netherlands, 342-353.

SHU, J.Y., BARLOW, C.Y. (2000). *Strain gradient effects on microscopic strain field in a metal matrix composite*, International Journal of Plasticity, 16, 563-591.

STELMASHENKO, N.A., WALLS, M.G., BROWN, L.M., MILMAN, Y.V. (1993). *Microindentations on W and Mo oriented single crystals: An STM study*, Acta Metallurgica et Materialia, 41, 2855-2865.

STÖREN, S., RICE, J.R. (1975). *Localized necking in thin sheets*, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 23, 421-441.

TAYLOR, G.I. (1938). *Plastic strain in metals*, Journal of the Institute of Metals, 62, 307-324.

TRESCA, H. (1864). *Memoir on the flow of solid bodies under strong pressure*, Comptes-rendus de l'Académie des Sciences, Paris, France , 59, 754.

WU, P.D., NEALE, K.W., VAN DER GIESSEN, E. (1997). *On crystal plasticity FLD analysis*, Proceedings of the Royal Society of London, A453, 1831 - 1848.

WU, P.D., NEALE, K.W., VAN DER GIESSEN, E. (1998). *Effects of strain paths on sheet metal strains*, Material Instabilities in Solids, 243-254.

WU, P.D., LLOYD, D.J., BOSLAND, A., JIN, H., MACEWEN, S.R. (2003). *Analysis of roping in AA6111 automotive sheet*, Acta materialia, 51, 1945-1957.

WU, P.D., LLOYD, D.J. (2004). *Analysis of surface roughening in AA6111 automotive sheet*, Acta materialia, 52, 1785-1798.

WU, P.D., LLOYD, D.J., JAIN, M., NEALE, K.W., HUANG, Y. (2007). *Effects of spatial grain orientation distribution and initial surface topography on sheet metal necking*, International Journal of Plasticity, **23**, 1084–1104.

ZIEGLER, H. (1959). *A modification of Prager's hardening rule*, Quarterly of Applied Mathematics, **17**, 55-65.